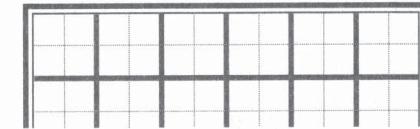


Латинский алфавит

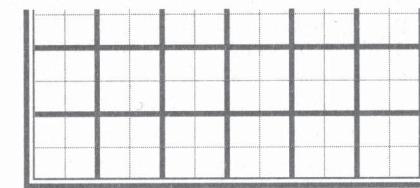
Печатные буквы	Рукописные буквы	Названия букв	Печатные буквы	Рукописные буквы	Названия букв
Aa	<i>Aa</i>	а	Nn	<i>Nn</i>	эн
Bb	<i>Bb</i>	бэ	Oo	<i>Oo</i>	о
Cc	<i>Cc</i>	цэ	Pp	<i>Pp</i>	пэ
Dd	<i>Dd</i>	дэ	Qq	<i>Qq</i>	ку
Ee	<i>Ee</i>	е	Rr	<i>Rr</i>	эр
Ff	<i>Ff</i>	эф	Ss	<i>Ss</i>	эс
Gg	<i>Gg</i>	гэ(жэ)	Tt	<i>Tt</i>	тэ
Hh	<i>Hh</i>	аш	Uu	<i>Uu</i>	у
Ii	<i>Ii</i>	и	Vv	<i>Vv</i>	вэ
Jj	<i>Jj</i>	йот(жи)	Ww	<i>Ww</i>	дубль-вэ
Kk	<i>Kk</i>	ка	Xx	<i>Xx</i>	икс
Ll	<i>Ll</i>	эль	Yy	<i>Yy</i>	игрек
Mm	<i>Mm</i>	эм	Zz	<i>Zz</i>	зэт

Таблица простых чисел (до 997)

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997



Математика



5 класс

**Учебник
для общеобразовательных
учреждений**

Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации

11-е издание, доработанное

Москва
Просвещение
2012

УДК 373.167.1:51

ББК 22.1я72

М34

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Авторы:

С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин

На учебник получены положительные заключения Российской академии наук (№ 10106-5215/586 от 14.10.11) и Российской академии образования (№ 01-5/7д-335 от 17.10.11)

Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / М34 [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. — 11-е изд., дораб. — М. : Просвещение, 2012. — 272 с. : ил. — (МГУ — школе). — ISBN 978-5-09-018849-4.

Данный учебник является первой частью двухлетнего курса математики для общеобразовательных школ. Новое издание учебника дополнено и переработано. Его математическое содержание позволяет достичь планируемых результатов обучения, предусмотренных ФГОС. В доработанном варианте в системе упражнений выделены специальные рубрики по видам деятельности. Также специально выделены задания для устной работы, задачи на построение, старинные задачи и задачи повышенной трудности. Каждая глава учебника дополнена историческими сведениями и интересными занимательными заданиями.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-09-018849-4

- © Издательство «Просвещение», 1999
- © Издательство «Просвещение», 2012, с изменениями
- © Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2012
Все права защищены

Дорогие пятиклассники!

В этом году вы продолжите изучение математики. Математика — наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. Слово МАТЕМАТИКА происходит от греческого слова, означающего «знание». Одним из важнейших разделов математики является арифметика. Арифметика — наука о числах и правилах действий с ними. Слово АРИФМЕТИКА образовано от двух греческих слов, означающих «число» и «искусство».

Ещё в древние времена арифметика была нужна для торговли и других расчётов, а человек, владевший четырьмя арифметическими действиями, считался учёным, и таких учёных было мало.

Арифметика нужна в повседневной жизни, так как учит не только правилам вычислений, но и способам решения многих практических задач.

Изучение арифметики разовьёт ваши логические способности.

Арифметика поможет вам в изучении не только математики, но и других предметов, изучение которых также требует умения рассуждать, ставить вопросы, отвечать на них, правильно вычислять. Недаром ещё в древние времена арифметику называли царицей наук.

В этом году вам предстоит изучить натуральные числа, обыкновенные дроби и правила действий с ними, свойства этих действий, а также элементы геометрии. Весь материал учебника разбит на 4 главы, в каждой главе имеется несколько пунктов, содержащих теоретические сведения и практические упражнения. Новые термины (слова и словосочетания), важные факты выделены в тексте **жирным шрифтом**. Правила и свойства, которые полезно запомнить, даны на цветном фоне или в рамочке (см. с. 11).

Каждая глава имеет дополнения. Изучение первого пункта дополнения позволяет расширить знания, полученные при изучении главы, и научиться решать более сложные задачи. В исторических сведениях приведена информация, дополняющая изученное в главе, рассказывающая о развитии математики и учёных-математиках. В пункте «Занимательные задачи» приведены задания, умение решать которые поможет успешному участию в различных конкурсах и олимпиадах.

В конце учебника имеется раздел «Задания для повторения», в котором собраны упражнения на вычисления и текстовые задачи. Здесь имеется много исторических задач и заданий из старинных учебников и сборников задач, применявшимся при обучении ваших сверстников в давние времена. К некоторым задачам и упражнениям в учебнике приведены ответы (см. с. 266).

Если вы хотите учиться успешно, то с вниманием относитесь к тому, что написано в учебнике и что объясняет учитель, к выполнению домашнего задания.

Перед выполнением домашнего задания надо обязательно прочитать заданный на дом пункт учебника, вспомнить объяснение учителя. Это позволит вам подготовиться к выполнению упражнений и решению задач. Прочтите вопросы, идущие после учебного текста, ответьте на них, а в случае затруднения найдите ответы в тексте учебника. Объяснение того или иного термина ищите в предметном указателе (см. с. 264), в котором все эти термины выписаны в алфавитном порядке.

Особое внимание уделите решению текстовых задач. В 5 классе они решаются арифметическими способами. Это необходимо для развития умения понимать текст задачи, устанавливать связи известных величин с неизвестными, составлять план решения задачи, осуществлять его и проверять, отвечает ли полученный результат условиям задачи. Именно арифметические способы решения текстовых задач развивают мышление и способность к учению.

При выполнении заданий обращайте внимание на специальные значки рядом с номером упражнения. Они имеют следующие значения:

- 34 — задания для устной работы;
- *23 — задания повышенной трудности;
- 69 — старинные задачи;
- 413 — задачи на построение.

Лучшему усвоению изученного поможет использование рабочей тетради, быстро проверить свои знания можно с помощью сборника тестов, а в дидактических материалах содержатся задания для самостоятельных и контрольных работ. В учебный комплект с нашим учебником входит ещё одна книга — «Задачи на смекалку». В ней имеется много задач, решая которые можно лучше освоить изучаемый материал и хорошо подготовиться к конкурсам и олимпиадам.

Желаем вам успехов в изучении арифметики — царицы наук!
Авторы



При изучении главы 1 вам предстоит привести в систему всё, что вы знаете о натуральных числах, познакомиться со свойствами сложения и умножения, научиться применять их для упрощения вычислений и узнать много нового. Вы научитесь отвечать на устные вопросы по учебному тексту и решать текстовые задачи по действиям — с вопросами и пояснениями.

1.1. Ряд натуральных чисел

Ещё в глубокой древности потребности обмена, торговли, скотоводства и т. п. привели людей к необходимости уметь считать предметы.

Числа, которые используют при подсчёте предметов, называют натуральными числами.

Таким образом, числа: один, два, три, ..., десять, ..., сто, ..., тысяча, ..., миллион, ..., миллиард, ... — натуральные числа.

Натуральные числа

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...

записанные в порядке возрастания и без пропусков, образуют **натуральный ряд**, или **ряд натуральных чисел**.

На первом месте в натуральном ряду стоит число 1, за ним следует число 2, затем число 3 и т. д.

В натуральном ряду есть первое число 1, но нет последнего числа — за каждым натуральным числом следует ещё одно натуральное число, большее предшествующего на единицу. Поэтому все натуральные числа записать невозможно, и при записи натурального ряда выписывают подряд несколько первых чисел, после которых ставят многоточие (три точки).

Отсутствие предметов для счёта условились обозначать числом нуль (0).

Нуль не считают натуральным числом.

- 1 а) Назовите 15 первых натуральных чисел.
б) Считают ли число нуль натуральным числом?
- 2 Есть ли в натуральном ряду:
а) первое число; б) последнее число?
- 3 У каждого ли числа в натуральном ряду есть:
а) последующее число; б) предшествующее число?
- 4 а) Назовите число, которое следует в натуральном ряду за числом: 13, 276, 3590, 999 999.
б) Назовите число, которое предшествует в натуральном ряду числу: 2, 74, 100, 3050, 438 109, 1 000 000.
- 5 Сколько чисел в натуральном ряду:
а) от 1 до 29; б) от 1 до 38; в) от 30 до 38; г) от 100 до 125?
- 6 Сколько чисел в натуральном ряду между числами:
а) 1 и 29; б) 1 и 38; в) 30 и 38; г) 100 и 125?

Ищем информацию

- 7 Найдите в учебнике, справочной литературе или Интернете ответы на следующие вопросы:
 - а) От какого слова происходит слово «арифметика»?
 - б) Что изучает арифметика?
 - в) В какое время и где жил Диофант — автор наиболее известного в древние времена учебника «Арифметика»?
 - г) В каком году вышло первое издание известного в России учебника «Арифметика» Леонтия Филипповича Магницкого?
 - д) В каких странах число нуль считают натуральным числом?
- 8 В те далёкие времена, когда счёт не был хорошо развит, слово «семь» использовалось также в значении «много», что отражено в поговорках и загадках, например: семеро одного не ждут; семь одёжек и все без застёжек. Приведите как можно больше таких примеров.

1.2 Десятичная система записи натуральных чисел

Практическая деятельность потребовала от человека не только умения считать, но и умения записывать числа. В старину для записи натуральных чисел использовались и особые рисунки, и чёрточки, и буквы, и т. п. (см. «Исторические сведения» на с. 65). В настоящее время принята десятичная система записи чисел (десятичная система счисления), в которой числа записывают при помощи десяти знаков:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Эти знаки называют цифрами.

При этом одна и та же цифра имеет различное значение в зависимости от того места (позиции), где она расположена в записи числа. Например, в записи числа 777 первая справа цифра 7 означает семь единиц, вторая — семь десятков, третья — семь сотен.

Поэтому десятичную систему счисления называют позиционной.

Важную роль в десятичной системе счисления играет число 10. Десять единиц называют десятком, десять десятков — сотней, десять сотен — тысячей и т. д.

1	— единица,
10	— десять,
100	— сто,
1 000	— тысяча,
10 000	— десять тысяч,
100 000	— сто тысяч,
1 000 000	— миллион,
10 000 000	— десять миллионов,
100 000 000	— сто миллионов,
1 000 000 000	— миллиард,
10 000 000 000	— десять миллиардов,
100 000 000 000	— сто миллиардов.

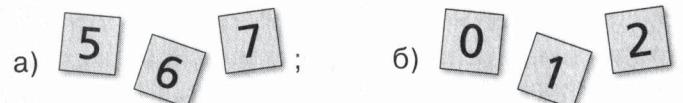
Натуральные числа, записанные одной цифрой, называют **однозначными**, а записанные несколькими цифрами — **многозначными**: двумя — **двухзначными**, тремя — **трёхзначными** и т. д.

- в) двести восемь тысяч двадцать четыре;
г) два миллиона три тысячи;
д) одиннадцать миллионов двенадцать.

21. Запишите все трёхзначные числа без повторения одинаковых цифр, в записи которых используются цифры:



22. Запишите все трёхзначные числа, в записи которых используются цифры:



если разрешается повторять одинаковые цифры в записи одного числа.

***23.** а) В книге 120 страниц. Сколько цифр напечатали для нумерации страниц, начиная с третьей страницы?

б) Для нумерации страниц, начиная с третьей, использовано 169 цифр. Сколько страниц в книге?

***24.** Сколько раз используется каждая из цифр от 1 до 9 в записи первых 99 натуральных чисел?

***25.** Если в записи многозначного числа какие-либо цифры заменены буквами, то над записью числа ставят черту.

Например, запись $\overline{a5b7}$ означает, что это число содержит a тысяч ($a \neq 0$), 5 сотен, b десятков и 7 единиц, то есть $\overline{a5b7} = a \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + b \cdot 10 + 7$. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых числа:

- а) $\overline{5b}$; б) \overline{ab} ; в) $\overline{1c8}$; г) $\overline{a9b}$;
д) \overline{abc} ; е) $\overline{1ab8}$; ж) $\overline{a9b2}$; з) \overline{abcd} .

Ищем информацию

26. Найдите в учебнике, справочной литературе или Интернете ответы на следующие вопросы:

- а) Известно, что цифры 0, 1, 2, 3, ..., которые мы используем в вычислениях, называют арабскими, но придумали их не арабы. Кто придумал эти цифры?
б) Почему цифры 0, 1, 2, 3, ... называют арабскими?

1.3. Сравнение натуральных чисел

Числа можно сравнивать при помощи натурального ряда.

Из двух натуральных чисел большее то, которое в ряду натуральных чисел стоит правее (далее от начала).

Например: число 8 больше числа 5, число 3 больше числа 1, так как в ряду натуральных чисел

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

8 правее 5, а 3 правее 1.

Натуральные числа можно сравнивать по их десятичной записи.

1) Из двух натуральных чисел большее то, у которого разрядов больше.

Например, 1001 больше 999 потому, что число 1001 содержит разрядов больше, чем число 999.

2) Из двух натуральных чисел с одинаковым числом разрядов большее то, у которого больше первая (слева направо) из неодинаковых цифр¹.

Например, 2821 больше 2819 потому, что у них одинаковое число разрядов, цифры чётвёртых и третьих разрядов одинаковые, а цифры второго разряда у них разные: у первого числа больше, чем у второго.

3) Два натуральных числа равны, если у них одинаковое число разрядов и цифры одинаковых разрядов равны.

Например, числа 37 934 567 373 и 37 934 567 373 равны. В этом легко убедиться, записав их одно под другим:

37 934 567 373
37 934 567 373.

Числа иногда удобно обозначать буквами латинского алфавита (см. форзац).

Если число a больше числа b , то пишут $a > b$ и говорят: « a больше b », или пишут $b < a$ и говорят: « b меньше a ».

Если a , b , c — натуральные числа и число b в ряду натуральных чисел находится правее числа a , а число c находится правее числа b , то из этого следует, что число c находится правее числа a , т. е.

из $a < b$ и $b < c$ следует, что $a < c$.

¹ Выражение «цифры равны» употребляется для упрощения речи. При этом подразумевается, что равны числа, им соответствующие.

В таких случаях пишут $a < b < c$ и говорят: « b больше a , но меньше c ».

Если числа a и b равны, то пишут $a = b$.

Вообще, равенство $a = b$ означает, что a и b одно и то же число.

Каждое натуральное число a больше нуля; это записывают так: $a > 0$.

Число, большее нуля, называют **положительным**.

Поэтому натуральные числа называют ещё **целыми положительными числами**. Число нуль также целое, но не положительное.

Натуральные числа и число нуль называют ещё **целыми неотрицательными числами**, так как, кроме неотрицательных чисел, есть ещё и отрицательные числа. Они будут изучаться в дальнейшем.

Если к ряду натуральных чисел приписать слева число 0, то получится **ряд неотрицательных целых чисел**:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

27. Объясните, почему из $a < b$ и $b < c$ следует, что $a < c$.

28. Какое число называют положительным?

29. Является ли нуль положительным числом?

30. Существует ли целое число, меньшее любого натурального числа?

31. Прочтите неравенство:

- а) $1 < 2$; б) $7 < 10$; в) $11 < 23$;
г) $12 > 4$; д) $26 > 21$; е) $123 < 132$.

32. Запишите неравенство:

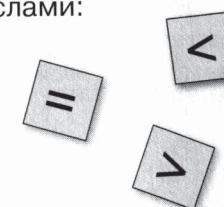
- а) 3 больше 1; б) 121 меньше 203;
в) 17 больше 16; г) 28 меньше 31;
д) 100 больше 31; е) 15 меньше 1500.

33. Верно ли поставлены знаки сравнения:

- а) $123 > 121$; б) $1000 < 100$;
в) $14\ 376 > 13\ 999$; г) $377\ 551 < 37\ 751$;
д) $105\ 987 > 105\ 978$; е) $756\ 453 < 756\ 454$?

34. Поставьте знак сравнения ($=$, $<$, $>$) между числами:

- а) 123 и 123; б) 169 и 196;
в) 253 и 252; г) 348 и 299;
д) 102 и 1000; е) 1250 и 999;
ж) 4687 и 5687; з) 154 932 и 9999;
и) 641 и 700; к) 5906 и 5096;
л) 1207 и 1207; м) 4090 и 4900.



35. Сравните числа:

- а) 60 и 66; в) 857 и 858;
г) 458 и 549; д) 1345 и 345;
ж) 0 и 687; з) 932 и 0;
к) 6766 и 6666; л) 6080 и 6080.

36. Что больше:

- а) 20 см или 15 см; б) 120 см или 1 м;
в) 1 м или 99 см; г) 5 м 25 см или 526 см?

37. Миша старше Маши, а Маша старше Кати. Кто старше: Миша или Катя?

38. Саша моложе Даши, а Даша моложе Коли. Кто моложе: Саша или Коля?

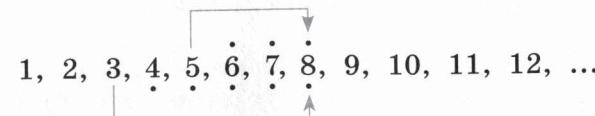
39. Сосна выше ели, а ель выше берёзы. Какое дерево самое высокое? самое низкое?

40. Арбуз тяжелее яблока, и дыня тяжелее яблока. Можно ли по этим данным определить, что тяжелее: арбуз или дыня?

41. Книга дороже тетради, и альбом дороже тетради. Можно ли по этим данным определить, что дороже: альбом или книга?

1.4. Сложение. Законы сложения

Чтобы сложить числа 5 и 3, можно рассуждать так. Рассмотрим ряд натуральных чисел, отметим в этом ряду число 5 и отсчитаем от него **вправо** 3 числа.



Получится число 8, называемое **суммой** чисел 5 и 3:
 $8 = 5 + 3$.

Числа 5 и 3 называют **слагаемыми**.

Но можно отметить в натуральном ряду сначала число 3 и отсчитать от него вправо 5 чисел. Получится то же число 8, называемое **суммой чисел 3 и 5**:

$$8 = 3 + 5.$$

То есть сумма не меняется от перестановки слагаемых:

$$3 + 5 = 5 + 3.$$

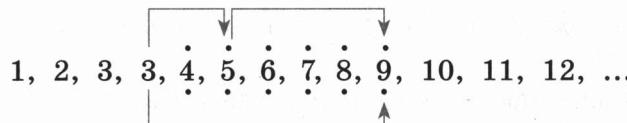
Для любых натуральных чисел a и b верно равенство:

$$a + b = b + a,$$

выражающее **переместительный закон сложения**:

От перестановки слагаемых сумма не меняется.

Сложим теперь три числа 3, 2 и 4. Для этого, применяя уже известный способ, отметим в натуральном ряду число 3, отсчитаем от него вправо 2 числа — получим число 5, отсчитаем от него вправо ещё 4 числа, получим число 9.



Следовательно, $(3 + 2) + 4 = 9$.

Отметим в натуральном ряду число 3, отсчитаем от него вправо $2 + 4 = 6$ чисел. Получим также 9: $3 + (2 + 4) = 9$.

Таким образом, мы получили равенство

$$(3 + 2) + 4 = 3 + (2 + 4),$$

показывающее, что если к сумме $(3 + 2)$ прибавить 4 или к 3 прибавить сумму $(2 + 4)$, то результат будет один и тот же.

Для любых натуральных чисел a , b и c верно равенство:

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

выражающее **сочетательный закон сложения**:

Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

Сочетательный закон сложения позволяет записывать сумму нескольких слагаемых без скобок:

$$3 + (2 + 4) = (3 + 2) + 4 = 3 + 2 + 4.$$

Для любого числа a верны равенства:

$$a + 0 = a; \quad 0 + a = a.$$

Поэтому **переместительный и сочетательный законы сложения** верны для любых неотрицательных чисел. Например:

$$5 + 0 = 0 + 5, \quad (5 + 3) + 0 = 5 + (3 + 0).$$

В сумме нескольких слагаемых можно менять слагаемые местами и заключать их в скобки любым образом.

Например, верны равенства:

$$1 + 2 + 3 = 3 + 2 + 1; \quad 1 + 2 + 3 + 4 = (1 + 3) + (2 + 4).$$

Докажем эти равенства, применяя на каждом этапе рассуждений **переместительный или сочетательный закон сложения**:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 &= 1 + (2 + 3) = 1 + (3 + 2) = (3 + 2) + 1 = 3 + 2 + 1; \\ 1 + 2 + 3 + 4 &= 1 + (2 + 3) + 4 = 1 + (3 + 2) + 4 = \\ &= (1 + 3) + 2 + 4 = (1 + 3) + (2 + 4). \end{aligned}$$

Рассмотренные законы сложения широко применяются для упрощения вычислений. Например:

$$23 + 118 + 17 = (23 + 17) + 118 = 40 + 118 = 158.$$

42. Запишите равенство, выражающее **переместительный закон сложения**. Сформулируйте этот закон.

43. Запишите равенство, выражающее **сочетательный закон сложения**. Сформулируйте этот закон.

44. По каким правилам складывают числа с числом 0?

45. Сложите числа:

- | | | |
|---------------|--------------|--------------|
| а) 20 + 30; | б) 33 + 67; | в) 67 + 33; |
| г) 400 + 300; | д) 22 + 108; | е) 95 + 6; |
| ж) 170 + 130; | з) 900 + 57; | и) 23 + 100. |

46. Вычислите:

- | | | |
|---------------|----------------|-----------------|
| а) 60 + 24; | б) 35 + 12; | в) 57 + 13; |
| г) 45 + 55; | д) 302 + 200; | е) 134 + 400; |
| ж) 200 + 687; | з) 132 + 450; | и) 649 + 101; |
| к) 606 + 160; | л) 3070 + 105; | м) 6009 + 1001. |

47. Определите порядок выполнения действий при вычислении суммы:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| а) $(725 + 48) + 809$; | б) $725 + (48 + 809)$. |
|-------------------------|-------------------------|

48. Примените законы сложения для упрощения вычислений:

- а) $46 + 22 + 18$; б) $19 + 56 + 11$;
 в) $138 + 36 + 22$; г) $456 + 22 + 78$;
 д) $664 + 13 + 87$; е) $134 + 408 + 166$;
 ж) $7 + (93 + 456)$; з) $42 + (58 + 495)$.

49. Вычислите сумму:

- а) $78 + 89 + 22$; б) $43 + 96 + 57$;
 в) $437 + 39 + 13$; г) $353 + 22 + 7$;
 д) $784 + 79 + 21$; е) $765 + 208 + 135$;
 ж) $122 + (73 + 58)$; з) $144 + (56 + 99)$.

50. При сложении чисел бывает удобно слагаемое представить в виде суммы. Например:

$$75 + 109 = (74 + 1) + 109 = 74 + (1 + 109) = 74 + 110 = 184$$

или

$$97 + 28 = 97 + (3 + 25) = (97 + 3) + 25 = 100 + 25 = 125.$$

Используя этот приём, вычислите:

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| а) $399 + 26$; | б) $819 + 153$; | в) $256 + 98$; |
| г) $48 + 197$; | д) $305 + 239$; | е) $999 + 536$; |
| ж) $7499 + 137$; | з) $893 + 98$; | и) $1999 + 48$; |
| к) $2998 + 56$; | л) $325 + 3997$; | м) $423 + 4999$. |

51. Выполните сложение «цепочкой» по образцу:

$$45 + 5 + 17 + 20 = 50 + 17 + 20 = 67 + 20 = 87.$$

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| а) $8 + 9 + 13 + 22$; | б) $3 + 6 + 35 + 16$; |
| в) $37 + 33 + 19 + 3$; | г) $513 + 2 + 15 + 17$; |
| д) $4 + 6 + 19 + 21$; | е) $5 + 25 + 8 + 101$; |
| ж) $38 + 2 + 5 + 28$; | з) $164 + 6 + 9 + 12$. |

1.5. Вычитание

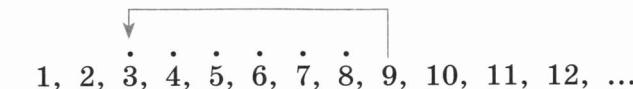
Разностью чисел a и b называют такое число, которое при сложении с числом b даёт число a . Число a называют **уменьшаемым**, число b — **вычитаемым**.

Разность чисел a и b обозначают $a - b$.

Таким образом, $(a - b) + b = a$ или $a - b + b = a$.

Покажем, как, используя натуральный ряд чисел, можно найти разность натуральных чисел a и b в случае, когда $a > b$.

Пусть надо найти разность $9 - 6$. Отметим в натуральном ряду число 9 и отсчитаем от него **влево** шесть чисел. Получим число 3.



Легко видеть, что сумма чисел 3 и 6 равна 9.

$$3 + 6 = 9.$$

Поэтому число 3 есть разность чисел 9 и 6, т. е.

$$9 - 6 = 3.$$

Отметим, что для любого числа a верны равенства:

$$a - 0 = a, \text{ потому что } a + 0 = a;$$

$$a - a = 0, \text{ потому что } 0 + a = a.$$

Замечание. С помощью неотрицательных целых чисел можно вычислить разность a и b только в том случае, когда a больше или равно b (пишут: $a \geq b$). В дальнейшем будут введены новые числа — отрицательные, с помощью которых можно будет из меньшего числа вычесть большее.

52. Какое число называют разностью чисел a и b ?

53. В равенстве $35 - 12 = 23$ назовите уменьшаемое, вычитаемое, разность.

54. Как обозначают разность чисел a и b , если $a > b$?

55. Чему равна разность равных чисел?

56. Чему равна разность $a - 0$?

57. Убедитесь с помощью натурального ряда, что $12 - 8 = 4$.

58. Вычислите:

- | | | | |
|------------------|----------------|------------------|------------------|
| а) $40 - 30$; | б) $97 - 67$; | в) $67 - 33$; | г) $500 - 200$; |
| д) $200 - 108$; | е) $90 - 86$; | ж) $170 - 130$; | з) $600 - 87$. |

Восстановите равенство, вставив пропущенное число (59, 60):

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 59. а) $63 - 45 + \dots = 63$; | б) $\dots - 51 + 51 = 76$; |
| в) $92 - \dots + 45 = 92$; | г) $56 - \dots + \dots = 56$; |
| д) $(45 + 12) - \dots = 45$; | е) $(\dots + 16) - 16 = 47$; |
| ж) $(\dots + 73) - 31 = 73$; | з) $(72 + \dots) - \dots = 72$. |

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 60. а) $20 + \dots = 30$; | б) $\dots + 47 = 50$; |
| в) $40 - \dots = 23$; | г) $\dots - 32 = 10$. |

61. Найдите неизвестное число, обозначенное буквой x :

- а) $43 + x = 64$; б) $x + 45 = 59$;
в) $34 - x = 26$; г) $x - 53 = 35$.

62. Найдите разность чисел 46 и 22. Прибавьте к уменьшаемому и вычитаемому по 1; по 2; по 3 и в каждом случае найдите разность. Сравните полученные результаты.

***63.** Докажите, что от прибавления к уменьшаемому и вычитаемому одного и того же числа разность не изменяется. То есть если $a - b = c$, то $(a + n) - (b + n) = c$.

64. Используя утверждение, сформулированное в предыдущей задаче, вычислите:

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| а) $68 - 19$; | б) $35 - 18$; | в) $65 - 17$; |
| г) $47 - 29$; | д) $302 - 99$; | е) $134 - 98$; |
| ж) $200 - 97$; | з) $132 - 96$; | и) $649 - 199$; |
| к) $606 - 399$; | л) $370 - 298$; | м) $793 - 495$. |

65. Выполните действия «цепочкой» по образцу:

$$75 - 5 + 17 - 20 = 70 + 17 - 20 = 87 - 20 = 67.$$

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| а) $18 + 9 - 23 + 32$; | б) $33 - 6 + 25 - 17$; |
| в) $37 - 33 + 19 - 3$; | г) $53 + 12 - 15 + 17$; |
| д) $14 - 6 + 29 - 11$; | е) $45 + 25 - 18 + 101$; |
| ж) $38 + 3 - 5 - 28$; | з) $64 - 16 + 19 - 2$. |

66. а) Задумали число, увеличили его на 45 и получили 66 (рис. 1, а). Каким действием можно найти задуманное число? Найдите его.

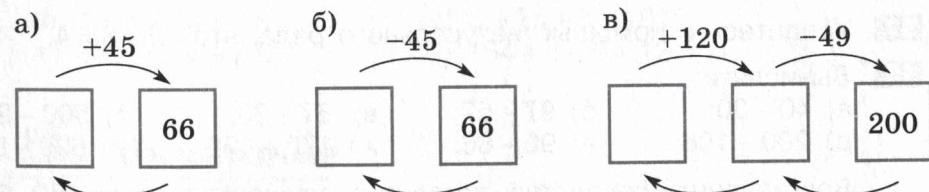


Рис. 1

б) Задумали число, уменьшили его на 45 и получили 66 (рис. 1, б). Найдите задуманное число.

в) Задумали число, увеличили его на 120, результат уменьшили на 49. Получили 200 (рис. 1, в). Найдите задуманное число.

1.6. Решение текстовых задач

с помощью сложения и вычитания

С помощью сложения и вычитания решают задачи, в которых требуется найти число, большее или меньшее данного на несколько единиц, ответить на вопросы «на сколько больше?», «на сколько меньше?», «сколько всего?», «сколько осталось?» и т. п.

Решения таких задач можно оформить с помощью вопросов и ответов на них.

Задача 1. У покупателя было 50 р. Из них он отдал 30 р. за купленный товар и получил 2 р. сдачи. Сколько денег осталось у покупателя?

Решение.

1) Сколько рублей стоил купленный товар?

$$30 - 2 = 28 \text{ (р.)}$$

2) Сколько денег осталось у покупателя?

$$50 - 28 = 22 \text{ (р.)}$$

Ответ: 22 р.

К выбору действия сложения или вычитания для решения задачи надо подходить очень внимательно, так как, например, слова «на 10 больше» не всегда требуют сложения. Поэтому в решении задачи необходимо рассуждение, показывающее, какое действие надо применить.

Задача 2. Некто истратил 40 р., это на 10 р. больше, чем у него осталось. Сколько рублей у него было первоначально?

Решение. Истрачено на 10 р. больше, чем осталось, значит, осталось на 10 р. меньше, чем истрачено.

1) $40 - 10 = 30 \text{ (р.)} — \text{осталось};$

2) $40 + 30 = 70 \text{ (р.)} — \text{было первоначально}.$

Ответ: 70 р.

67. а) Ученик токаря обточил 120 деталей за смену, а токарь на 36 деталей больше. Сколько деталей обточили токарь и его ученик вместе?

б) От Санкт-Петербурга до Петрозаводска 401 км, а от Петрозаводска до Мурманска на 643 км больше. Сколько километров от Санкт-Петербурга до Мурманска через Петрозаводск?

68. а) Общая тетрадь стоит 20 р., а блокнот на 4 р. больше. Сколько стоят общая тетрадь и блокнот вместе?

б) Мальчик прочитал 42 страницы книги, и ему осталось прочитать на 8 страниц больше, чем он уже прочитал. Сколько страниц в книге?

69.

Торговец купил некий товар за 7 р., продал его за 8 р., потом вновь купил за 9 р. и опять продал его за 10 р. Какую прибыль он получил?

70.

а) В коллекции имеется 128 марок. Из них 93 российские, а остальные иностранные. Каких марок больше в коллекции и на сколько?

б) За две недели бригада собрала 113 т картофеля. Из них за первую неделю — 54 т. В какую неделю картофеля собрано больше и на сколько?

в) За сентябрь и октябрь завод выпустил 193 станка, причём за сентябрь 98 станков. В какой из этих месяцев было выпущено больше станков и на сколько?

71.

а) Туристы планировали за три дня пройти 65 км. В первый день они прошли 24 км, во второй — на 3 км меньше. Сколько километров им осталось пройти в третий день?

б) В швейной мастерской было 900 м ткани. За первый месяц израсходовали 225 м ткани, за второй — на 23 м больше. Сколько ткани осталось в швейной мастерской к концу второго месяца?

72.

Из «Арифметики» Л. Н. Толстого.

а) У одного мужика 23 овцы, а у другого на 7 больше. Сколько у них овец вместе?

б) У одного мужика 26 овец, а у другого на 5 овец меньше. Сколько у них вместе овец?

в) У двух мужиков 50 овец, а у одного 15. На сколько овец у него меньше против другого?

**73.**

Задача С. А. Рачинского. Летом у меня целые сутки было открыто окно. В первый час влетел 1 комар, во второй — 2, в третий — 3 и т. д. Сколько комаров налетело за сутки?

74.

Первая бригада собрала за смену 52 прибора, вторая — на 9 приборов меньше, чем первая, а третья — на 12 приборов больше, чем вторая. Сколько всего приборов собрали три бригады за смену?

75.

а) Учащиеся 5 класса собрали 220 кг яблок, учащиеся 6 класса на 60 кг больше, а учащиеся 7 класса на 190 кг меньше, чем учащиеся 5 и 6 классов вместе. Сколько килограммов яблок собрали учащиеся трёх классов вместе?

б) За первый день старшеклассники собрали 312 ящиков огурцов, а за второй — на 120 ящиков больше. За третий день они собрали на 218 ящиков меньше, чем за первые два дня вместе. Сколько ящиков огурцов собрали старшеклассники за три дня?

76.

В трёх классах 44 девочки — это на 8 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков в трёх классах?

77.

а) Сын на 24 года моложе мамы, а папа на 3 года старше мамы. Сколько лет папе, если сыну 10 лет?

б) Мама на 23 года старше сына, а папа на 2 года старше мамы. Сколько лет сыну, если папе 34 года?

78.

а) Алёша прыгнул в длину на 3 м 12 см. Это на 9 см лучше результата Бори и на 13 см хуже результата Вовы. Какой результат в прыжках в длину показал Боря? Какой — Вова?

б) Доярки надоили за июль 300 тыс. литров молока. Это на 4 тыс. литров больше, чем в июне, и на 6 тыс. литров меньше, чем в августе. Сколько литров молока надоили доярки за летние месяцы?

79.

а) Маша сказала, что у неё сестёр на две больше, чем братьев. На сколько в семье Маши сестёр больше, чем братьев?

б) Миша сказал, что у него сестёр на две больше, чем братьев. На сколько в семье Миши сестёр больше, чем братьев?

Ищем информацию

80.

Найдите в учебнике, справочной литературе или Интернете ответы на следующие вопросы:

а) В какое время жил известный российский учитель Сергей Александрович Рачинский и в какой школе он работал?

б) На какой известной картине изображён урок С. А. Рачинского?

Исследуем

81.

На первой полке стояло 12 книг, на второй — на 3 книги больше, а на третьей полке — на a книг меньше, чем на двух первых полках вместе. Сколько книг на третьей полке?

а) Выберите такое число a , чтобы задача имела решение. Решите задачу с выбранным числом a .

б) Какое самое большое число a можно взять, чтобы задача имела решение, если на третьей полке была хотя бы одна книга?

в) Придумайте задачу, в которой число заменено буквой, и проведите похожее исследование.

1.7. Умножение. Законы умножения

Умножить натуральное число 3 на натуральное число 4 — значит найти сумму трёх слагаемых, каждое из которых 4. Получится число 12, называемое **произведением** чисел 3 и 4. Таким образом,

$$3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 = 12.$$

Числа 3 и 4 называют **множителями**.

Для любого числа a верно равенство:

$$1 \cdot a = a.$$

Примеры: $5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$,
 $3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15$,
 $3 \cdot 1 = 1 + 1 + 1 = 3$,
 $1 \cdot 7 = 7$.

Для любых натуральных чисел a и b верно равенство:

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

выражающее **переместительный закон умножения**:

От перестановки множителей произведение не меняется.

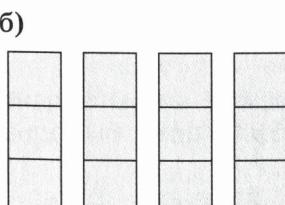
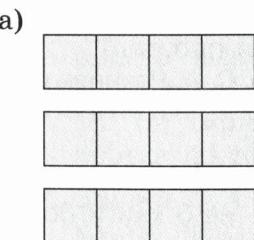


Рис. 2

Переместительный закон умножения легко проверить при подсчёте двумя способами числа квадратов на рисунке 2. Все квадраты можно расположить в 3 ряда по 4 квадрата — всего $3 \cdot 4$ квадрата (рис. 2, а). Но можно расположить все квадраты в 4 столбца по 3 квадрата — всего $4 \cdot 3$ квадрата (рис. 2, б). Так как число квадратов в обоих случаях одно и то же, то

$$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3.$$

Для любых натуральных чисел a , b и c верно равенство:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c),$$

выражающее **сочетательный закон умножения**:

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

Сочетательный закон можно легко проверить при подсчёте числа кубиков на рисунке 3. Все кубики можно расположить в 2 столбца по $3 \cdot 4$ кубика в каждом — всего $2 \cdot (3 \cdot 4)$ кубика (рис. 3, а). Но можно расположить все кубики в 2 · 3 столбца по 4 кубика в каждом (рис. 3, б) — всего $(2 \cdot 3) \cdot 4$ кубика.

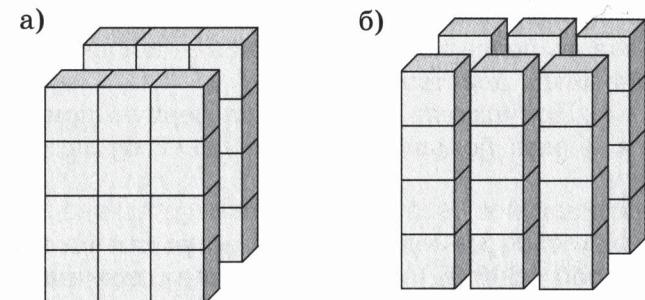


Рис. 3

Так как число кубиков в обоих случаях одно и то же, то

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4.$$

Рассмотренные законы умножения применяются для упрощения вычислений.

Пример. Вычислим произведение $(5 \cdot 48) \cdot 2$.

Для вычисления этого произведения надо умножить 5 на 48, а полученный результат умножить на 2.

Для упрощения вычислений применим переместительный и сочетательный законы умножения:

$$(5 \cdot 48) \cdot 2 = (48 \cdot 5) \cdot 2 = 48 \cdot (5 \cdot 2) = 48 \cdot 10 = 480.$$

Из сочетательного закона умножения следует, что произведение трёх (и более) чисел можно записать и без скобок:

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4, \quad (2 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 7) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7.$$

Из законов умножения следует, что

в произведении нескольких множителей можно менять местами множители и заключать их в скобки любым способом.

Например,

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = (3 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 6), \quad 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3.$$

ему равно произведение:

-) единицы на любое натуральное число;
-) нуля на любое натуральное число?

апишите равенство, выражающее переместительный закон умножения, сформулируйте этот закон.

апишите равенство, выражающее сочетательный закон умножения, сформулируйте этот закон.

упили 3 коробки конфет по 400 г и 4 пачки печенья по 250 г. Ес чего можно найти следующим способом:

-) $400 + 400 + 400$; б) $3 \cdot 400$; в) $250 + 250 + 250 + 250$;
-) $4 \cdot 250$; д) $3 \cdot 400 + 4 \cdot 250$?

амените сумму произведением:

- а) $75 + 75 = 2 \cdot 75$;
- б) $701 + 701$; в) $82 + 82 + 82$;
- в) $603 + 603 + 603$; д) $45 + 45 + 45 + 45 + 45$;
- г) $16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16$; ж) $730 + 730 + 730 + 730$;
- д) $172 + 172 + 172 + 172 + 172$.

$$20 \cdot 30 = (2 \cdot 10) \cdot (3 \cdot 10) = (2 \cdot 3)$$

Вычислите:

- а) $20 \cdot 50$; б) $80 \cdot 40$;
- г) $50 \cdot 400$; д) $200 \cdot 100$;
- ж) $2000 \cdot 130$; з) $700 \cdot 800$

92. Запишите число в виде произведения:

- а) $48 = 8 \cdot \dots$; б) $42 = 6 \cdot \dots$;
- г) $81 = 9 \cdot \dots$; д) $36 = 6 \cdot \dots$;
- ж) $49 = 7 \cdot \dots$; з) $56 = 8 \cdot \dots$

93. Запишите число в виде произведения:

- а) 1; б) 4; в) 0;
- ж) 49; з) 64; и) 36;

94. Запишите каждое из чисел 15 в виде произведения двух множителей.

95. В школьную библиотеку привезли 15 пачек книг. Надо ли развязывать пачки? Сколько книг привезли?

96. В девятиэтажном доме два подъезда. На каждом этаже в подъезде 6 квартир. Определите, какое из следующих произведений $2 \cdot 6$; $9 \cdot 6$; $2 \cdot (9 \cdot 6)$; $(2 \cdot 9) \cdot 6$ определяет количество квартир: а) в подъезде; б) на одном этаже в двух подъездах; в) в двух подъездах.

97. Для упрощения вычислений полезно помнить, что $2 \cdot 5 = 10$; $4 \cdot 25 = 100$; $8 \cdot 125 = 1000$.

Пользуясь этими равенствами, вычислите устно:

- а) $3 \cdot 2 \cdot 5$; б) $2 \cdot 7 \cdot 5$; в) $4 \cdot 9 \cdot 25$;
г) $7 \cdot 25 \cdot 4$; д) $125 \cdot 7 \cdot 8$; е) $12 \cdot 8 \cdot 125$;
ж) $2 \cdot 17 \cdot 5$; з) $16 \cdot 25 \cdot 4$; и) $13 \cdot 125 \cdot 8$.

98. Вычислите:

- а) $16 \cdot 25 = 4 \cdot (4 \cdot 25) = 4 \cdot 100 = 400$;
б) $82 \cdot 5$; в) $36 \cdot 25$; г) $25 \cdot 32$; д) $28 \cdot 25$;
е) $16 \cdot 125$; ж) $64 \cdot 125$; з) $75 \cdot 12$; и) $75 \cdot 44$.

99. Вычислите:

- а) $6 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 0$; б) $(108 \cdot 2 + 5 \cdot 13) \cdot 0$.

100. а) Увеличьте число 48 на 3, полученный результат увеличьте в 3 раза.

б) Увеличьте число 48 в 3 раза, полученный результат увеличьте на 3.

в) Одинаковые ли результаты получены в пунктах а и б?

101. а) В первый день туристы прошли пешком 18 км, а во второй день они проехали на автобусе в 5 раз больше. Какое расстояние туристы преодолели за два дня?

б) В первом мотке 42 м проволоки, а во втором в 3 раза больше. Сколько проволоки в двух мотках?

102. В многоквартирном доме 96 квартир, из них 24 — однокомнатные. Двухкомнатных квартир в 2 раза больше, чем однокомнатных. Остальные квартиры трёхкомнатные. Сколько в доме трёхкомнатных квартир?

103. а) На овощную базу сначала привезли помидоры на 6 машинах по 120 ящиков в каждой, потом ещё на 8 машинах по 140 ящиков в каждой. Сколько всего ящиков помидоров привезли на базу?

б) Токарь за один час обтачивает 12 деталей, а другой токарь — 11 деталей. Над выполнением задания первый работал 2 ч, потом второй — 3 ч. Сколько деталей они обточили вместе?

- 104.** а) Девочка купила 2 марки по 50 к. и 3 открытки по 65 к. Какую сдачу она должна получить с пяти рублей?
б) В швейной мастерской было 12 кусков материи по 40 м в каждом и 8 кусков материи по 30 м в каждом. Сколько метров материи осталось после того, как израсходовали 340 м?
в) На складе осталось 20 кусков материи по 40 м, 12 кусков материи по 30 м и 13 кусков материи по 20 м. Сколько метров материи осталось на складе?

1.8. Распределительный закон

Для любых натуральных чисел a , b и c верно равенство:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

выражающее распределительный закон:

Чтобы число умножить на сумму двух чисел, можно это число умножить на каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Поясним этот закон на примере. Подсчитаем двумя способами число квадратов, изображённых на рисунке 4.

I способ. В каждом ряду расположено 3 жёлтых и 5 красных квадратов, а всего в каждом ряду $(3 + 5)$ квадратов. В четырёх же рядах всего $4 \cdot (3 + 5)$ квадратов.

II способ. Жёлтые квадраты расположены в четырёх рядах по 3 квадрата в каждом, т. е. жёлтых квадратов $4 \cdot 3$. Красных квадратов $4 \cdot 5$, а всего $4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$ квадратов.

Одно и то же число квадратов подсчитано двумя способами, поэтому $4 \cdot (3 + 5) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$.

Отметим, что распределительный закон верен не только для двух, но и для любого числа слагаемых. Например, верно равенство:

$$9 \cdot (3 + 4 + 5 + 6) = 9 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 9 \cdot 6.$$

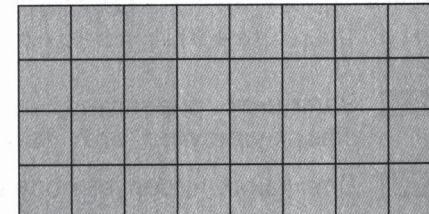


Рис. 4

Кроме того, если b больше или равно c ($b \geq c$), то верно равенство:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

Например: $7 \cdot (5 - 3) = 7 \cdot 5 - 7 \cdot 3$.

Говорят, что в произведениях $4 \cdot (3 + 5)$ и $7 \cdot (5 - 3)$ раскрыли скобки и получили соответственно сумму $4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$ и разность $7 \cdot 5 - 7 \cdot 3$.

Переход от произведений $a \cdot (b + c)$ и $a \cdot (b - c)$ соответственно к сумме $a \cdot b + a \cdot c$ и разности $a \cdot b - a \cdot c$ называют **раскрытием скобок**.

Переход от суммы $a \cdot b + a \cdot c$ к произведению $a \cdot (b + c)$ и от разности $a \cdot b - a \cdot c$ к произведению $a \cdot (b - c)$ называют **вынесением общего множителя за скобки**.

Вынесение общего множителя за скобки позволяет упрощать вычисления. Например:

$$1) 37 \cdot 31 + 37 \cdot 69 = 37 \cdot (31 + 69) = 37 \cdot 100 = 3700;$$

$$2) 67 \cdot 95 - 67 \cdot 94 = 67 \cdot (95 - 94) = 67 \cdot 1 = 67.$$

Любое из чисел a , b и c в равенстве $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ и в равенстве $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ ($b \geq c$) может быть нулём, поэтому распределительный закон верен и для целых неотрицательных чисел.

Так как для неотрицательных чисел справедлив переместительный закон умножения, то верны равенства:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \text{ и } (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

105. Запишите равенство, выражающее распределительный закон, сформулируйте этот закон.

106. Для каких чисел выполняется распределительный закон?

107. Примените распределительный закон, раскрыв скобки:

$$a) 5 \cdot (32 + 17) = 5 \cdot 32 + 5 \cdot 17; \quad b) 19 \cdot (28 + 43) = 19 \cdot \dots + 19 \cdot \dots;$$

$$v) 7 \cdot (3 + 8); \quad g) 10 \cdot (15 + 6); \quad d) 5 \cdot (10 + 12); \quad e) 6 \cdot (12 + 4).$$

108. Используя распределительный закон, запишите произведение в виде суммы:

$$a) 10 \cdot (12 + 3); \quad b) (12 + 31) \cdot 15; \quad v) (17 + 43) \cdot 8;$$

$$g) (93 + 28) \cdot 16; \quad d) 5 \cdot (8 + a); \quad e) 7 \cdot (x + 9);$$

$$ж) 12 \cdot (a + b); \quad з) (x + y) \cdot 15; \quad и) a \cdot (x + y).$$

Здесь a , b , x и y — натуральные числа.

109. Используя распределительный закон, запишите сумму в виде произведения:

$$a) 7 \cdot 3 + 7 \cdot 2; \quad б) 5 \cdot 3 + 5 \cdot 8; \quad в) 8 \cdot 9 + 8 \cdot 7; \quad г) 5 \cdot 3 + 5 \cdot 10.$$

110. Вынесите общий множитель за скобки:

$$a) 8 \cdot 3 + 8 \cdot 2; \quad б) 8 \cdot 3 + 5 \cdot 3; \quad в) 9 \cdot 13 + 7 \cdot 9; \quad г) 27 \cdot 3 + 3 \cdot 2.$$

111. Запишите произведение в виде разности:

$$a) 8 \cdot (18 - 10) = 8 \cdot 18 - 8 \cdot 10; \quad б) 5 \cdot (22 - 14) = 5 \cdot \dots - 5 \cdot \dots;$$

$$в) 7 \cdot (13 - 8); \quad г) 10 \cdot (15 - 6); \quad д) (9 - 3) \cdot 12;$$

$$e) (42 - 24) \cdot 15; \quad ж) 5 \cdot (18 - 3); \quad з) (91 - 1) \cdot 7.$$

112. Используя распределительный закон, запишите разность в виде произведения:

$$a) 7 \cdot 13 - 7 \cdot 2; \quad б) 5 \cdot 23 - 5 \cdot 8;$$

$$в) 18 \cdot 9 - 18 \cdot 7; \quad г) 25 \cdot 13 - 25 \cdot 10.$$

113. Вынесите общий множитель за скобки:

$$a) 7 \cdot 32 - 7 \cdot 23; \quad б) 9 \cdot 31 - 9 \cdot 17;$$

$$в) 27 \cdot 3 - 7 \cdot 3; \quad г) 71 \cdot 17 - 17 \cdot 11.$$

114. Вычислите, используя распределительный закон:

$$a) 37 \cdot 12 + 37 \cdot 88; \quad б) 7 \cdot 12 + 8 \cdot 7;$$

$$в) 37 \cdot 12 - 37 \cdot 2; \quad г) 7 \cdot 102 - 2 \cdot 7;$$

$$д) 28 \cdot 9 + 22 \cdot 9; \quad е) 25 \cdot 11 - 25 \cdot 1;$$

$$ж) 18 \cdot 9 + 18 \cdot 1; \quad з) 25 \cdot 99 + 25;$$

$$и) 101 \cdot 17 - 17; \quad к) 41 \cdot 50 - 50.$$

115. Перепишите, заполняя пропуски:

$$а) \dots \cdot (15 + 12) = 5 \cdot 15 + 5 \cdot 12;$$

$$б) 12 \cdot (\dots + \dots) = 12 \cdot 7 + 12 \cdot 8;$$

$$в) \dots \cdot (\dots + \dots) = 14 \cdot 15 + 14 \cdot 29.$$

116. Вынесите общий множитель за скобки:

$$а) 20 \cdot 47 + 20 \cdot 23; \quad б) 57 \cdot 81 - 39 \cdot 81;$$

$$в) 51 \cdot 43 + 12 \cdot 43; \quad г) 38 \cdot 39 - 38 \cdot 20.$$

117. Вычислите:

$$а) 47 \cdot 42 + 42 \cdot 153; \quad б) 57 \cdot 81 - 71 \cdot 57;$$

$$в) 61 \cdot 45 + 55 \cdot 61; \quad г) 39 \cdot 138 - 137 \cdot 39.$$

118. Вычислите:

$$а) 7 \cdot 55 + 7 \cdot 45 + 3 \cdot 45 + 3 \cdot 55;$$

$$б) 8 \cdot 2 + 2 \cdot 92 + 8 \cdot 98 + 2 \cdot 8;$$

$$в) 37 \cdot 59 + 37 \cdot 41 + 63 \cdot 59 + 41 \cdot 63;$$

$$г) 356 \cdot 73 + 644 \cdot 27 + 73 \cdot 644 + 27 \cdot 356.$$

- 119.** Первый рабочий изготавливает 25 деталей в час, а второй — 20 деталей в час. Укажите, какое из следующих выражений $20 + 25$; $4 \cdot (20 + 25)$; $4 \cdot 25$; $4 \cdot 20 + 4 \cdot 25$; $4 \cdot 20$ определяет число деталей, изготавляемых:

- первым рабочим за 4 ч;
- вторым рабочим за 4 ч;
- двумя рабочими за 1 ч;
- двумя рабочими за 4 ч.

$$20+25$$

$$4 \cdot 20 + 4 \cdot 25$$

$$4 \cdot (20+25)$$

$$4 \cdot 20$$

$$4 \cdot 25$$

ИССЛЕДУЕМ

- 120.** а) Каким может быть число a , чтобы вы могли устно вычислить разность двух произведений: $987 \cdot 654 - 987 \cdot a$? Приведите несколько примеров.
б) Какое самое большое натуральное число a можно взять, чтобы разность в задании а была натуральным числом?
в) Какое число a нужно взять, чтобы разность в задании а была нулём?

1.5. Сложение и вычитание чисел столбиком

При сложении и вычитании однозначных чисел удобно пользоваться таблицей сложения:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Результаты сложения и вычитания однозначных чисел надо помнить наизусть.

Многозначные числа складывают и вычтывают по разрядам, используя переместительный, сочетательный и распределительный законы. Например,

- $35 + 21 = 3 \cdot 10 + 5 + 2 \cdot 10 + 1 = (3 + 2) \cdot 10 + (5 + 1) = 50 + 6 = 56$;
- $68 - 43 = 6 \cdot 10 + 8 - 4 \cdot 10 - 3 = (6 - 4) \cdot 10 + (8 - 3) = 20 + 5 = 25$.

Обычно сложение и вычитание выполняют столбиком, записывая числа друг под другом так, чтобы цифры одинаковых разрядов стояли друг под другом, и начинают вычисления с разряда единиц.

Эти вычисления можно записать столбиком подробно (рис. 5 и 6).

Обычно вычисления записывают короче (рис. 7 и 8).

Если сложение в каком-либо разряде даст в результате число, большее или равное 10, то десять единиц этого разряда заменяют единицей следующего (справа налево) разряда, прибавляя эту единицу к цифре следующего разряда. Например,

$$\begin{aligned} 45 + 39 &= 4 \cdot 10 + 5 + 3 \cdot 10 + 9 = \\ &= (4 + 3) \cdot 10 + (5 + 9) = \\ &= 7 \cdot 10 + 14 = 7 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 4 = \\ &= (7 + 1) \cdot 10 + 4 = 80 + 4 = 84. \end{aligned}$$

Это вычисление можно записать столбиком подробно (рис. 9). Обычно пишут короче, запоминая, что в разряд десятков добавляется один десяток (рис. 10).

При этом говорят так: к 5 прибавим 9 — получим 14, пишем 4 (единицы) и 1 (десяток) запоминаем, к 4 прибавим 3 — получим 7, да ещё 1 запомнили — будет 8 (десятков), пишем 8.

Если при вычитании в каком-либо разряде цифра уменьшающего меньше цифры вычитаемого, то нужно «занять» одну единицу в следующем (справа налево) разряде уменьшающего. Например,

$$\begin{aligned} 72 - 9 &= 7 \cdot 10 + 2 - 9 = 6 \cdot 10 + (10 + 2) - 9 = \\ &= 6 \cdot 10 + (12 - 9) = 60 + 3 = 63. \end{aligned}$$

	3	5
+	2	1
	6	
+	5	0
	5	6

Рис. 5

	6	8
-	4	3
	5	
+	2	0
	2	5

Рис. 6

	3	5
+	2	1
	5	6

Рис. 7

	6	8
-	4	3
	2	5

Рис. 8

	4	5
+	3	9
	1	4
+	7	0
	8	4

Рис. 9

	1	
+	4	5
	3	9
+	8	4

Рис. 10

7	2
-	9
—	3
+	6 0
6 3	

Рис. 11

.	7	2
-	7	2
—	9	
+	6 3	
6 3		

Рис. 12

Это вычисление записывают, отмечая точкой разряд, в котором «занята» единица (рис. 11). Обычно пишут короче (рис. 12).

Говорят: из 2 вычесть 9 нельзя, занимаем 1 десяток, из 12 вычтем 9 — получим 3 (единицы), пишем 3, из 6 вычтем 0 — получим 6 (десятков), пишем 6.

? **121.** Объясните на примере, как выполняют сложение и вычитание столбиком.

? **122.** Какие законы используют при сложении и вычитании столбиком?

123. Перепишите в тетрадь и выполните сложение:

а) $\begin{array}{r} 375 \\ + 123 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 824 \\ + 326 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 875 \\ + 324 \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 575 \\ + 394 \end{array}$
--	--	--	--

124. Вычислите сумму:

- | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| а) 325 и 866; | б) 6292 и 4596; | в) 2099 и 85 204; |
| г) 9128 и 7357; | д) 6312 и 1599; | е) 4890 и 1716; |
| ж) 6565 и 3535; | з) 3928 и 4215. | |

125. Прибавьте к числу:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| а) 4890 число 1716; | б) 399 число 1523; |
| в) 9091 число 909; | г) 999 число 3001; |
| д) 5617 число 9861; | е) 7831 число 2169; |
| ж) 8435 число 6890; | з) 376 число 9734. |

126. Увеличьте число:

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| а) 756 на 234; | б) 592 на 343; | в) 2592 на 375; |
| г) 709 на 2570; | д) 383 на 2154; | е) 1708 на 2425. |

Вычислите сумму (**127–129**).

- 127.** а) $784 + 296$; б) $365 + 645$; в) $999 + 854$;
г) $652 + 999$; д) $3599 + 111$; е) $234 + 7214$.

- 128.** а) $52\ 338 + 4691$;
в) $757\ 664 + 15\ 979$;
д) $1234 + 4321$;
- б) $6856 + 77\ 281$;
г) $18\ 635 + 574\ 985$;
е) $56\ 789 + 98\ 765$.

- 129.** а) $10\ 004 + 57\ 806$;
в) $384\ 759 + 240\ 901$;
д) $191\ 919 + 919\ 191$;
ж) $123\ 321 + 876\ 679$;
- б) $30\ 008 + 7992$;
г) $159\ 996 + 7\ 080\ 004$;
е) $454\ 545 + 545\ 455$;
з) $987\ 654 + 123\ 456$.

130. Перепишите в тетрадь и выполните вычитание:

а) $\begin{array}{r} 728 \\ - 325 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 1356 \\ - 246 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 92\ 507 \\ - 2\ 400 \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 10\ 101 \\ - 9\ 898 \end{array}$
--	---	---	---

131. а) Уменьшите 309 на 12.

б) Уменьшите произведение чисел 409 и 5 на 920.

в) Из числа 9999 вычтите произведение чисел 999 и 9.

г) Разность чисел 9999 и 999 увеличьте в 9 раз.

д) Вычтите сумму чисел 328 и 532 из числа 1000.

е) Вычтите произведение чисел 12 345 и 9 из числа 1 000 000.

132. Вычислите неизвестное число x , удовлетворяющее равенству:

а) $x + 209 = 700$;	б) $296 + x = 925$;
в) $x - 283 = 79$;	г) $x - 8096 = 10\ 951$;
д) $756 - x = 236$;	е) $839 - x = 125$.

133. На доске были записаны верно выполненные примеры на сложение и вычитание, потом некоторые цифры стёрли и заменили их буквами. Перепишите примеры, заменяя буквы цифрами так, чтобы опять получились верные записи:

а) $\begin{array}{r} 72\text{и} \\ + 1\text{р}3 \\ \hline 98 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} \underline{\text{д}}52 \\ - 6\text{в}4 \\ \hline 28\text{а} \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 5\text{и}n \\ + \underline{\text{д}}79 \\ \hline 0381 \end{array}$	г) $\begin{array}{r} \text{н}у56 \\ - 5\text{л}8 \\ \hline 88\text{ь} \end{array}$
---	---	---	--

* **134.** Восстановите примеры, считая, что одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы — разные цифры:

а) $\begin{array}{r} 636 \\ + 766 \\ \hline 300 \end{array}$

б) $\begin{array}{r} a4a \\ + 33a \\ \hline 6084 \end{array}$

в) $\begin{array}{r} \text{удар} \\ + \text{удар} \\ \hline \text{драка} \end{array}$

д) $\begin{array}{r} \text{деталь} \\ + \text{деталь} \\ \hline \text{изделие} \end{array}$

Выполните действия (**135, 136**).

135. а) $(5486 + 3578) + 1422$;

б) $4523 + (3788 + 1477)$;

в) $(357 + 768 + 589) + (332 + 211 + 643)$;

г) $(357 + 298 + 428) + (102 + 572 + 643)$;

д) $(259 + 728 + 293) + (541 + 607 + 272)$.

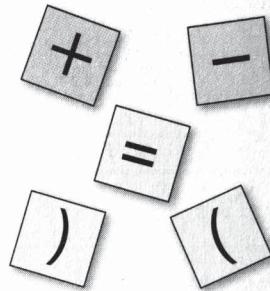
136. а) $375\ 026 + 408\ 724 - 49\ 678$;

б) $700\ 000 - (50\ 345 + 168\ 724)$;

в) $900\ 000 - (125\ 480 + 89\ 256)$;

г) $1\ 700\ 000 - (836\ 724 + 64\ 048)$;

д) $1\ 000\ 000 - (35\ 724 - 5928)$.



1.10. Умножение чисел столбиком

Для вычисления произведения однозначных чисел удобно пользоваться таблицей умножения:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Таблицу умножения однозначных чисел надо помнить наизусть. Кроме того, надо помнить, что для любого числа a верны равенства:

$$a + 0 = a, \quad a \cdot 1 = a, \quad a \cdot 0 = 0.$$

Вычисление произведения однозначного и многозначного чисел, и тем более двух многозначных чисел, требует применения не только таблицы умножения, но и законов сложения и умножения.

Пример 1. Вычислим произведение $327 \cdot 8$.

$$\begin{aligned} 327 \cdot 8 &= (300 + 20 + 7) \cdot 8 = \\ &= 300 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 7 \cdot 8 = 2400 + 160 + 56 = 2616. \end{aligned}$$

Это решение можно записать столбиком подробно (рис. 13). Обычно пишут короче (рис. 14) и говорят: 7 умножим на 8 — получим 56, 6 пишем, 5 запоминаем; 2 умножим на 8 — получим 16, да ещё 5 запомнили, будет 21, 1 пишем, 2 запоминаем; 3 умножим на 8 — получим 24, да ещё 2 запомнили, будет 26, пишем 26.

Рис. 13

	3	2	7
			8
+		5	6
	1	6	0
	2	4	0
	2	6	1
			6

Рис. 14

	3	2	9
×	2	4	
	1	3	1
+	6	5	8
	7	8	9
	6	9	6

Рис. 15

	3	2	9
×	2	4	
	1	3	1
+	6	5	8
	7	8	9
	6	9	6

Рис. 16

	3	2	4
×	2	0	3
		9	7
+	0	0	0
	6	4	8
	6	5	7
	7	7	2

Рис. 17

Пример 2. Вычислим произведение $329 \cdot 24$.

$$\begin{aligned} 329 \cdot 24 &= 329 \cdot (20 + 4) = \\ &= 329 \cdot 20 + 329 \cdot 4 = 6580 + 1316 = 7896. \end{aligned}$$

Это решение можно записать столбиком подробно (рис. 15). Обычно пишут короче (рис. 16).

Пример 3. Вычислим произведение $324 \cdot 203$.

$$324 \cdot 203 = 324 \cdot (200 + 3) = 324 \cdot 200 + 324 \cdot 3 = 64\,800 + 972 = 65\,772.$$

Это решение можно записать столбиком подробно (рис. 17). Обычно пишут короче (рис. 18).

Пример 4. Вычислим произведение $460 \cdot 48$.

Так как

$$460 \cdot 48 = 46 \cdot 10 \cdot 48,$$

то можно сначала умножить 46 на 48 и полученный результат умножить на 10, т. е. приписать к нему справа нуль.

Вычисления можно записать столбиком (рис. 19). Аналогично поступают и в других случаях (рис. 20).

	4	6	0
×	4	8	
	3	6	8
+	1	8	4
	2	2	0
		8	0

Рис. 19

	4	3	2
×	6	5	0
	2	1	6
+	2	5	9
	2	8	0
		8	0
		0	0

Рис. 20

137. Какие законы используют при умножении столбиком?

138. Объясните, как выполнено умножение:

а)
$$\begin{array}{r} 748 \\ \times 6 \\ \hline 4488 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 973 \\ \times 50 \\ \hline 48650 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 7050 \\ \times 7 \\ \hline 49350 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 926 \\ \times 38 \\ \hline 7408 \\ + 2778 \\ \hline 35188 \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 326 \\ \times 502 \\ \hline 652 \\ + 1630 \\ \hline 163652 \end{array}$$

е)
$$\begin{array}{r} 4830 \\ \times 4900 \\ \hline 4347 \\ + 1932 \\ \hline 23667000 \end{array}$$

Вычислите произведение чисел (139—143).

- 139.** а) $12 \cdot 10$; б) $32 \cdot 100$; в) $65 \cdot 1000$;
г) $20 \cdot 100$; д) $300 \cdot 1000$; е) $1500 \cdot 100$;
ж) $10 \cdot 190$; з) $1000 \cdot 20$; и) $100 \cdot 380$;
к) $129 \cdot 100$; л) $1000 \cdot 130$; м) $2900 \cdot 10$.

- 140.** а) $24 \cdot 2$; б) $31 \cdot 3$; в) $52 \cdot 4$; г) $71 \cdot 9$;
д) $23 \cdot 8$; е) $9 \cdot 18$; ж) $65 \cdot 4$; з) $76 \cdot 5$;
и) $48 \cdot 9$; к) $8 \cdot 34$; л) $7 \cdot 85$; м) $9 \cdot 78$.

- 141.** а) $132 \cdot 5$; б) $645 \cdot 3$; в) $5 \cdot 418$; г) $7 \cdot 338$;
д) $106 \cdot 4$; е) $401 \cdot 6$; ж) $4381 \cdot 2$; з) $7713 \cdot 8$;
и) $7 \cdot 6204$; к) $9 \cdot 5007$; л) $6 \cdot 5769$; м) $7 \cdot 777$.

- 142.** а) $23 \cdot 11$; б) $42 \cdot 12$; в) $22 \cdot 33$;
г) $53 \cdot 31$; д) $68 \cdot 61$; е) $64 \cdot 24$;
ж) $79 \cdot 23$; з) $72 \cdot 25$; и) $42 \cdot 68$;
к) $37 \cdot 33$; л) $74 \cdot 15$; м) $37 \cdot 66$;
н) $48 \cdot 37$; о) $54 \cdot 29$; п) $63 \cdot 36$.

- 143.** а) $86 \cdot 49$; б) $92 \cdot 16$; в) $88 \cdot 97$;
г) $951 \cdot 18$; д) $663 \cdot 26$; е) $847 \cdot 64$;
ж) $101 \cdot 332$; з) $302 \cdot 648$; и) $321 \cdot 562$;
к) $955 \cdot 317$; л) $861 \cdot 242$; м) $999 \cdot 732$;
н) $679 \cdot 679$; о) $125 \cdot 125$; п) $420 \cdot 450$.

- 144.** Вычислите наиболее простым способом:
а) $24 \cdot 98 + 24 \cdot 2$; б) $305 \cdot 199 + 305 \cdot 1$;
в) $49 \cdot 18 + 18$; г) $153 \cdot 598 + 306$.

- 145.** Выполните действие:
а) $325 \cdot 40$; б) $3508 \cdot 250$; в) $7380 \cdot 420$;
г) $3800 \cdot 550$; д) $48 \cdot 9$; е) $789 \cdot 1020$.

Исследуем

***146.** Произведение четырёх последовательных натуральных чисел равно 3024. Найдите эти числа.

***147.** На доске записали несколько примеров на умножение натуральных чисел, потом некоторые цифры стёрли и вместо них поставили звёздочки. Восстановите стёртые цифры.

$$\begin{array}{r} \times 72 \\ \times \ast \ast \\ + 21 \ast \\ \hline \ast \ast \ast \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 45 \\ \times \ast \ast \\ + 135 \\ \hline \ast \ast \ast 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 52 \\ \times \ast \ast \\ + 2 \ast 8 \\ \hline \ast \ast \ast \ast \end{array}$$

148. Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Некий человек купил ладану 137 пудов. За каждый пуд заплатил по 6 р. и захотел узнать, сколько стоит покупка.

149. Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Некто купил зерна 2359 четвертей, за четверть платил по 65 коп. и отдал всех денег 153 335 коп. Проверьте вычисления.

150. а) Купили дюжину (12 штук) носовых платков по 1 р. за штуку, 4 пары носков по 4 р. за пару и 2 майки по 10 р. за штуку. Сколько денег заплатили?
б) С завода отправили 9 подвод с посудой, на каждой по 2 ящика, и в каждом ящике по 45 дюжин тарелок. Сколько тарелок отправлено с завода?



Исследуем

151.

Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Если хочешь, чтобы умножение было с некоторым удивлением, т. е. в произведении получилось 111 111, или 222 222, или 333 333, и так до 999 999, то умножай 777 на 143 и будет 111111. А когда 143 умножишь на 2 и результат умножишь на 777, то получишь 222 222, и т. д. Получите описанным способом произведения от 333 333 до 999 999.

152.

Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Если хочешь в произведении иметь 121 212, возьми 12, умножь на 2 и на 10, будет 240, прибавь первое число, будет 252. Этот результат умножь на 481, будет 121 212. Получите описанным способом числа 232 323, 343 434 и 898 989.

1.11. Степень с натуральным показателем

Мы уже знаем, что сумму нескольких одинаковых слагаемых принято записывать короче — в виде произведения:

$$5 + 5 + 5 + 5 = 4 \cdot 5.$$

Произведение одинаковых чисел также записывают короче:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

и называют **степенью**. Читают «пять в степени четыре». Запись 2^3 («два в степени три») означает $2 \cdot 2 \cdot 2$. При этом число 2 называют **основанием степени**, а число 3 — **показателем степени**. Число 3 показывает, сколько раз нужно взять множителем основание степени — число 2:

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8.$$

Степенью числа a с **натуральным показателем** n ($n > 1$) называют произведение n множителей, каждый из которых равен a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ раз}} \quad (n > 1).$$

Пример 1. Вычислим 2^4 .

$$2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ раза}} = 16.$$

Пример 2. Вычислим 3^7 .

$$3^7 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{7 \text{ раз}} = 2187.$$

Таким же образом можно вычислить любую степень числа с натуральным показателем, большим единицы. Остаётся выяснить, что означает запись 2^1 , т. е. степень числа с показателем 1.

Принято считать, что $2^1 = 2$, $5^1 = 5$, $100^1 = 100$, т. е. **первая степень любого числа равна самому числу**:

$$a^1 = a.$$

Вторую степень числа называют также **квадратом** числа. Запись 5^2 читают «пять в квадрате».

Третью степень числа называют **кубом** числа. Запись 5^3 читают «пять в кубе». О происхождении этих названий будет рассказано в следующей главе.

Особую роль в десятичной системе играют числа 10, 100, 1000 и т. д. Их можно записать в виде степени:

10	— 10^1 ,
100	— 10^2 ,
1000	— 10^3 ,
10 000	— 10^4 ,
100 000	— 10^5 ,
1 000 000	— 10^6 ,
10 000 000	— 10^7 ,
100 000 000	— 10^8 ,
1 000 000 000	— 10^9 ,
10 000 000 000	— 10^{10} ,
100 000 000 000	— 10^{11} .

С названиями этих чисел вы уже знакомы (см. с. 7). Следующие степени числа 10 называют так:

1 000 000 000 000	— 10^{12} — триллион,
10 000 000 000 000	— 10^{13} — десять триллионов,
100 000 000 000 000	— 10^{14} — сто триллионов.

Дальше идут квадриллионы, квинтиллионы и т. д., но этими названиями в практике почти не пользуются. Например, скорость света 300 000 000 (триста миллионов) метров в секунду удобнее записать так: $3 \cdot 10^8$ м/с.

153. Что называют степенью числа a с натуральным показателем n ($n > 1$)?

154. Чему равна первая степень любого числа?

155. Что называют: а) квадратом числа; б) кубом числа?

156. Запишите сумму в виде произведения:

а) $5 + 5$; б) $8 + 8 + 8 + 8$; в) $a + a + a$.

157. Запишите произведение в виде степени:

а) $5 \cdot 5$; б) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$; в) $a \cdot a \cdot a$.

158. Используя специальные названия второй и третьей степени, прочитайте степени: 2^2 ; 2^3 ; 3^2 ; 3^3 ; 4^3 ; 5^2 .

Вычислите (159–162).

159. а) 3^2 ; б) $3 \cdot 2$; в) 5^2 ; г) $5 \cdot 2$; д) 9^2 ; е) $9 \cdot 2$; ж) 2^3 ; з) $2 \cdot 3$.

160. а) 2^2 ; б) 4^2 ; в) 6^2 ; г) 7^2 ; д) 8^2 ; е) 9^2 ; ж) 10^2 ; з) 1^2 .

161. а) 3^3 ; б) 4^3 ; в) 5^3 ; г) 1^3 ; д) 0^3 ; е) 10^3 ; ж) 6^3 ; з) 7^3 .

162. а) 3^4 ; б) 3^5 ; в) 1^8 ; г) 0^4 ; д) 100^1 ; е) 1^1 ; ж) 11^2 ; з) 12^2 .

163. Составьте таблицу квадратов чисел от 0 до 15.

164. Составьте таблицу кубов чисел от 0 до 10.

165. Вычислите степени числа 2 с показателями от 1 до 10.

166. Запишите число в виде квадрата натурального числа:

а) 9; б) 25; в) 100; г) 16; д) 49; е) 81; ж) 64; з) 36.

167. Вычислите степени числа 10 с показателями от 1 до 7.

168. Запишите в виде степени с основанием 10 число:

а) 100; б) 1000; в) 10 000; г) 10; д) 100 000; е) 1 000 000.

169. Запишите число в виде произведения одинаковых чисел:

а) 4; б) 1; в) 27; г) 256.

170. Запишите каждое число в виде степени: 8; 125; 64; 243.

ИССЛЕДУЕМ

171. Среди первых пяти натуральных чисел имеются два неравных числа m и n такие, что $n^m = m^n$. Найдите эти числа.

1.12. Деление нацело

Пусть a и b — натуральные числа и a больше или равно b ($a \geq b$). Говорят, что a делится на b нацело, если существует натуральное число c , при умножении которого на b получается a :

$$a = b \cdot c.$$

Обычно слово «нацело» в этой фразе опускается. При этом пишут: $a : b = c$ и называют a — делимым, b — делителем, c — частным.

Любое натуральное число a делится на 1 и само на себя:

$$a : 1 = a, \quad a : a = 1,$$

так как $a \cdot 1 = a$, $1 \cdot a = a$.

Например, 12 делится на 1 и на 12.

При делении нуля на любое натуральное число получается нуль:

$$0 : a = 0,$$

потому что $0 \cdot a = 0$.

Делить на нуль нельзя.

Любое натуральное число a делить на нуль нельзя, потому что не существует такого числа c , для которого выполнялось бы равенство $a : 0 = c$ (так как $c \cdot 0 = 0 \neq a$).

Так как $c \cdot 0 = 0$ для любого числа c , то можно было бы считать, что $0 : 0 = c$. Но в этом случае частным могло бы быть любое число c . Поэтому считают, что нуль на нуль делить нельзя.

Отметим важное свойство частного:

делимое и делитель можно умножить или разделить нацело на одно и то же натуральное число — частное от этого не изменится.

Например: $48 : 24 = 2$,

$$(48 \cdot 2) : (24 \cdot 2) = 96 : 48 = 2; \quad (48 : 2) : (24 : 2) = 24 : 12 = 2.$$

172. Когда говорят, что натуральное число a делится нацело на натуральное число b ?

173. Назовите делимое, делитель и частное в примере $35 : 5 = 7$.

174. На какие числа делится нацело любое натуральное число?

175. Что получается при делении нуля на любое натуральное число?

176. Можно ли делить на нуль?

177. Какое число называют частным чисел 8 и 2; 20 и 4?

178. Докажите, что $18 : 2 = 9$; $12 : 4 = 3$; $0 : 5 = 0$.

179. Объясните, почему верно равенство:

а) $(42 : 6) \cdot 6 = 42$; б) $(625 : 25) \cdot 25 = 625$.

180. Заполните пропуски:

а) $(56 : 8) \cdot \dots = 56$; б) $(54 : \dots) \cdot 9 = 54$;
в) $(45 : \dots) \cdot \dots = 45$; г) $(50 : \dots) \cdot \dots = 50$.

181. Вычислите:

а) $(144 : 12) \cdot 12$; б) $(132 : 11) \cdot 11$.

182. Запишите следующее число в виде произведения двух множителей различными способами:

а) 12; б) 15; в) 25; г) 20; д) 27; е) 0; ж) 16; з) 24.

183. Объясните, как найти неизвестное число x :

а) $31 \cdot x = 93$; б) $x \cdot 4 = 168$;
в) $120 : x = 40$; г) $x : 42 = 2$.

184. Найдите частное чисел:

а) 40 и 8; б) 72 и 9; в) 64 и 8;
г) 560 и 7; д) 140 и 7; е) 360 и 6;
ж) 606 и 2; з) 808 и 4; и) 909 и 9.

185. Вычислите частное по образцу:

а) $400 : 80 = (400 : 10) : (80 : 10) = 40 : 8 = \dots$;
б) $800 : 400$; в) $16000 : 800$; г) $300 : 50$;
д) $6400 : 1600$; е) $20000 : 4000$; ж) $2000 : 500$.

186. При делении на 5 и на 50 иногда удобно бывает умножить делимое и делитель на 2 и выполнить деление на 10 или 100 соответственно. Вычислите частное по образцу:

а) $95 : 5 = (95 \cdot 2) : (5 \cdot 2) = 190 : 10 = \dots$;
б) $2400 : 50 = (2400 \cdot 2) : (50 \cdot 2) = 4800 : 100 = \dots$;
в) $3200 : 5$; г) $1320 : 5$; д) $4320 : 5$;
е) $2350 : 50$; ж) $7200 : 50$; з) $9200 : 50$.

187. Вычислите:

а) $120 : 5$; б) $320 : 5$; в) $440 : 5$;
г) $2100 : 50$; д) $2020 : 5$; е) $2130 : 5$;
ж) $700 : 50$; з) $800 : 50$; и) $3100 : 50$;
к) $170 : 5$; л) $1800 : 50$; м) $600 : 50$.

Доказываяем

***188.** Докажите, что если каждое из натуральных чисел a и b делится на натуральное число c , то верно равенство
$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

189. Выполните деление по образцу:

а) $(48 + 88) : 8 = 48 : 8 + 88 : 8 = 6 + 11 = 17$;
б) $(99 + 810) : 9$; в) $(150 + 55) : 5$;
г) $(33 + 99) : 3$; д) $(44 + 88) : 2$.

190. Вычислите, записав делимое в виде суммы, по образцу:

а) $84 : 4 = (80 + 4) : 4 = 80 : 4 + 4 : 4 = 20 + 1 = 21$;
б) $92 : 4 = (80 + 12) : 4 = \dots$;
в) $96 : 3$; г) $56 : 4$; д) $81 : 3$;
е) $51 : 3$; ж) $132 : 11$; з) $264 : 12$.

1.13. Решение текстовых задач

с помощью умножения и деления

С помощью умножения и деления решают задачи, в которых требуется найти число, большее или меньшее данного в несколько раз, ответить на вопросы «во сколько раз больше?», «во сколько раз меньше?» и т. п.

Задача 1. Число 50 увеличили в 3 раза, полученное число увеличили на 100. Во сколько раз увеличили число 50 за два раза?

Решение.

- 1) $50 \cdot 3 = 150$ — число, полученное после первого увеличения;
- 2) $150 + 100 = 250$ — число, полученное после второго увеличения;
- 3) $250 : 50 = 5$ (раз) — во сколько раз увеличили число 50 за два раза.

Ответ: в 5 раз.

К выбору умножения и деления для решения задачи надо подходить очень внимательно, так как, например, слова «в 3 раза больше» не всегда требуют умножения. Поэтому в решении задачи необходимо рассуждение, показывающее, какое действие надо применить.

Задача 2. Некто прочитал 90 страниц книги, это в 3 раза больше, чем ему осталось прочитать. Сколько страниц в книге?

Решение. Прочитано в 3 раза больше страниц, чем осталось прочитать, поэтому осталось прочитать в 3 раза меньше, чем уже прочитано.

- 1) $90 : 3 = 30$ (с.) — осталось прочитать;
- 2) $90 + 30 = 120$ (с.) — в книге.

Ответ: 120 страниц.

При решении текстовых задач часто приходится применять все арифметические действия.

Задача 3. В понедельник магазин продал 5 коробок яиц, а во вторник — 7 коробок. Известно, что от продажи яиц во вторник магазин выручил на 720 р. больше, чем в понедельник. Сколько денег выручил магазин от продажи яиц за два дня?

Решение.

- 1) $7 - 5 = 2$ (кор.) — стоят 720 р.;
- 2) $720 : 2 = 360$ (р.) — стоит одна коробка яиц;
- 3) $7 + 5 = 12$ (кор.) — продано всего;
- 4) $360 \cdot 12 = 4320$ (р.) — выручил магазин за два дня.

Ответ: 4320 р.

- 191.** а) За 8 марок заплатили 4 р. Сколько стоит одна марка?
 б) Одна линейка стоит 2 р. 80 к. Сколько купили линеек, если за них заплатили 8 р. 40 к.?
 в) За один час поезд прошёл 60 км. За сколько часов он пройдёт 240 км, если будет идти с той же скоростью?
 г) За три часа велосипедист проехал 36 км. Сколько километров он проезжал в час?

- 192.** Мальчику 12 лет, он в 3 раза старше своей сестры.
 а) На сколько лет мальчик старше своей сестры?
 б) На сколько лет мальчик будет старше своей сестры через 4 года?
 в) Во сколько раз мальчик будет старше своей сестры через 4 года?

- 193.** а) На каждую телегу нагрузили по 8 мешков картофеля. На сколько телег погрузили 72 мешка?

б) В некоторые из 40 пакетов насыпали сахарный песок. Осталось 10 пустых пакетов. Во сколько пакетов насыпали сахарный песок?

в) В швейной мастерской осталось 2 куска материи по 60 м. Сколько метров материи осталось?

- 194.** а) У Алёши, Бори и Васи вместе 120 марок. У Алёши марок столько, сколько у Бори и Васи вместе. Сколько марок у Алёши?

б) Коля, Миша и папа поймали 24 карася. Папа поймал столько, сколько его сыновья вместе, а они поймали карасей поровну. Сколько карасей поймал Коля?

195. Родник в 24 мин даёт бочку воды. Сколько бочек воды даёт родник в сутки?

- 196.** а) В магазин привезли 720 бутылок лимонада в ящиках по 20 бутылок. Сколько было ящиков?

б) В мешке 60 кг сахара. Весь сахар рассыпали в пакеты по 500 г. Сколько получилось пакетов?

- 197.** а) Уменьшите число 64 на 8, полученный результат уменьшите в 4 раза.

б) Уменьшите число 64 в 4 раза, полученный результат уменьшите на 8.

- 198.** а) Велосипедисты проехали от города *A* до города *B* 168 км, а от города *B* до города *C* — в 3 раза меньше. Сколько всего километров проехали велосипедисты?

б) Девочка прочитала 56 страниц, и ей осталось прочитать в 4 раза меньше, чем она уже прочитала. Сколько страниц в книге?

- 199.** Маме 36 лет, сыну 12, а дочери 4 года. Во сколько раз дочь моложе матери? Во сколько раз брат старше сестры?

- 200.** а) У Васи было 46 марок. За год его коллекция увеличилась на 230 марок. Во сколько раз увеличилась коллекция?
 б) У Коли было 42 р., он потратил 36 р. Во сколько раз у Коли стало меньше денег?

- 201.** Для награждения победителей математической олимпиады купили 10 книг по 9 р. и 12 комплектов головоломок — на общую сумму 222 р. Сколько стоит один комплект головоломок?



202. а) В 12 коробках — 144 карандаша. Сколько карандашей в 15 таких же коробках?

б) Автомат на кондитерской фабрике заворачивает 324 конфеты за 3 мин. Сколько конфет он завернёт за 5 мин?

203. а) Для поездки трёх взрослых и двух детей по железной дороге купили билеты общей стоимостью 600 р. Сколько стоит детский билет, если билет для взрослого стоит 160 р.?

б) Для санатория купили 12 кресел и 50 стульев на общую сумму 98 800 р. Сколько стоит кресло, если стул стоит 860 р.?

204. В мягком вагоне 18 спальных мест, а в плацкартном вагоне 54 места. В составе скорого поезда 1 мягкий вагон, 6 плацкартных и 11 купейных. Сколько спальных мест в купейном вагоне, если во всех вагонах состава 738 спальных мест?

205. а) Велотурист в каждый из 10 дней проезжал по 36 км. Сколько километров в день ему необходимо проезжать, чтобы вернуться обратно за 9 дней?

б) Велотурист в каждый из 10 дней проезжал по 21 км. За сколько дней он может вернуться обратно, если будет проезжать в день по 35 км?

206. Некто работает 24 дня в месяц, тратит в каждый из тридцати дней по 50 р. и откладывает за месяц 900 р. Сколько он получает за рабочий день?

207. а) Маме 36 лет, она на 31 год моложе бабушки и в 6 раз старше дочери. Сколько лет каждой?

б) Папе 34 года, он в 2 раза моложе дедушки и на 29 лет старше сына. Сколько лет каждому?

208. а) Первая машинистка печатает 10 страниц в час, а вторая за 5 ч печатает столько же страниц, сколько первая за 4 ч. Сколько страниц отпечатают обе машинистки за 3 ч совместной работы?

б) Первый рабочий за один час делает 32 детали, а второй за 4 ч делает столько же деталей, сколько первый за 5 ч. За сколько часов они вместе сделают 216 деталей?

209. На изготовление 2100 деталей первая бригада затрачивает на 2 ч меньше, чем вторая, которая делает 420 деталей за 1 ч. Сколько деталей за час делает первая бригада?



210. а) В двух корзинах лежало 86 яблок. Когда из первой во вторую переложили 3 яблока, то яблок в корзинах стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

б) На двух полках лежало 196 пачек печенья. Когда с первой полки на вторую переложили 28 пачек, то на двух полках печенья стало поровну. Сколько пачек печенья было на каждой полке первоначально?

211. а) У брата и сестры вместе 28 открыток. Сестра отдала брату 4 открытки, и открыток у них стало поровну. Сколько открыток было у каждого из них сначала?

б) У брата и сестры вместе было 46 марок. Брат отдал сестре 3 марки, и марок у них стало поровну. Сколько марок было у каждого из них первоначально?

212. а) В двух комнатах было 56 человек. Когда в первую пришли ещё 12 человек, а во вторую — 8 человек, то в комнатах людей стало поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?

б) В двух комнатах 45 человек. Из первой вышли 9, а из второй — 14, и людей в комнатах стало поровну. Сколько человек было в комнатах сначала?

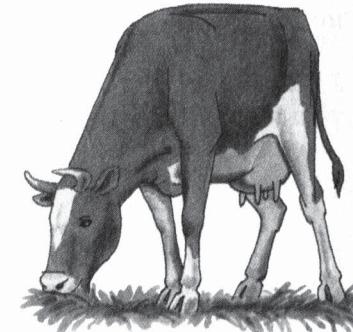
213. а) В магазин привезли 420 мужских и женских часов. Когда продали 150 мужских и 140 женских часов, то тех и других осталось поровну. Сколько мужских часов привезли в магазин?

б) На заправочную станцию привезли 540 т бензина и дизельного топлива. Когда того и другого продали поровну, то осталось 120 т бензина и 130 т дизельного топлива. Сколько бензина привезли на станцию?

214. На четырёх полках стояло 164 книги. Когда с первой полки сняли 16, со второй переставили на третью 15, а на четвёртую поставили 12 новых книг, то на всех полках книг оказалось поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

215. За задание, выполненное двумя рабочими, заплатили 5100 р. Сколько денег получит каждый, если первый сделал 48 деталей, а второй — 54 детали?

216. На лугу паслось несколько коров. У них ног на 54 больше, чем голов. Сколько коров паслось на лугу?



Исследуем

- 217.** В коллекции папы 1250 марок, а в коллекции его сына Васи марок в n раз меньше. Сколько марок у папы и Васи вместе?
 а) Выберите такое натуральное число n , чтобы задача имела решение. Решите задачу с выбранным числом n .
 б) Какое самое большое и какое самое маленькое число n можно взять, чтобы задача имела решение?

1.14. Задачи «на части»

Рассмотрим задачу, в которой явно упоминаются части (равные) некоторой величины. Такие задачи обычно решаются с помощью простых рассуждений.

Задача 1. Для варенья из малины на 2 части ягод берут 3 части сахара. Сколько сахара следует взять на 6 кг ягод?



Решение. По условию задачи ягод 6 кг, и это количество составляет 2 части, поэтому на каждую часть приходится $6 : 2 = 3$ кг. Сахара надо взять 3 такие же части, т. е. $3 \cdot 3 = 9$ кг.

Ответ: 9 кг.

Теперь рассмотрим задачи, для решения которых некоторую величину надо принять за одну или несколько равных частей.

При решении таких задач полезно рисовать схематические рисунки, облегчающие решение.

Задача 2. На двух полках стоит 120 книг — на первой полке в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг стоит на каждой полке?

Решение. Если книги, стоящие на второй полке, составляют 1 часть, то на первой полке — 3 такие части. Выполним схематический рисунок (рис. 21).

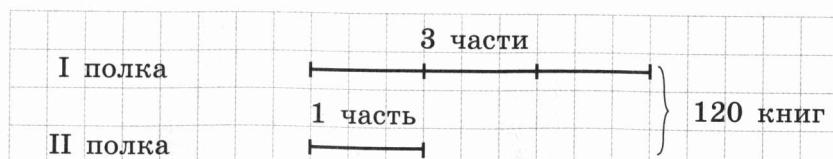


Рис. 21

1) Сколько частей составляют 120 книг?

$$1 + 3 = 4 \text{ (части).}$$

2) Сколько книг приходится на 1 часть (стоит на II полке)?

$$120 : 4 = 30 \text{ (книг).}$$

3) Сколько книг стоит на I полке?

$$30 \cdot 3 = 90 \text{ (книг).}$$

Ответ: 90 и 30 книг.

Задача 3. За рубашку пapa заплатил на 120 р. больше, чем за галстук. Известно, что рубашка дороже галстука в 4 раза. Сколько стоит рубашка?

Решение. Если стоимость галстука составляет 1 часть, то стоимость рубашки составляет 4 такие же части (рис. 22).

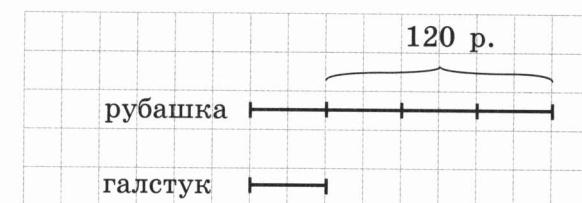


Рис. 22

1) $4 - 1 = 3$ (части) — приходится на 120 р.;

2) $120 : 3 = 40$ (р.) — приходится на 1 часть (стоит галстук);

3) $4 \cdot 40 = 160$ (р.) — стоит рубашка.

Ответ: 160 р.

218. Для варенья из малины на 2 части ягод берут 3 части сахара.

а) Сколько сахара следует взять на 2 кг 600 г ягод?

б) Сколько килограммов малины было у мамы, если для варки варенья она взяла 4 кг 500 г сахара?

219. При пайке изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова.

а) Сколько граммов свинца и олова в отдельности содержит кусок сплава весом 350 г?

б) Сколько свинца и олова в отдельности содержит кусок сплава, в котором олова на 360 г больше, чем свинца?

220. При помоле ржи на каждые три части муки получается одна часть отходов. Сколько смололи ржи, если муки получилось на 36 ц больше, чем отходов?

221. а) Для компота купили 1800 г сухофруктов. Яблоки составляют 4 части, груши — 3 части, а сливы — 2 части общего веса сухофруктов. Сколько граммов яблок, груш и слив было в отдельности?

б) Яблоки составляют 7 частей, груши — 4 части, а сливы — 5 частей веса сухофруктов. Сколько граммов яблок, груш и слив в отдельности содержится в 1600 г сухофруктов?

***222.** Для компота взяли 6 частей яблок, 5 частей груш и 3 частей слив. Оказалось, что груш и слив вместе взяли 2 кг 400 г. Сколько взяли яблок? Сколько всего взяли фруктов?

***223.** а) При изготовлении кофейного напитка «Ячменный» на 4 части ячменя берут 1 часть цикория. Сколько пачек напитка изготовлено, если каждая пачка весит 250 г и на изготовление всей партии напитка израсходовано ячменя на 36 кг больше, чем цикория?

б) При изготовлении кофейного напитка «Наша марка» на 7 частей кофе берут 6 частей цикория, 5 частей желудей и 2 части каштанов. Сколько пачек напитка изготовлено, если каждая пачка весит 200 г, а кофе и цикория вместе израсходовали 26 кг?

?224. а) Сплав содержит 1 часть свинца и 2 части олова. Во сколько раз в этом сплаве олова больше, чем свинца?
б) Сплав содержит олова в 3 раза больше, чем свинца. Сколько частей олова приходится на 1 часть свинца?

225. Купили 60 тетрадей, причём тетрадей в клетку было в 2 раза больше, чем тетрадей в линейку. Пользуясь рисунком 23, определите, сколько частей приходится на тетради в линейку; на тетради в клетку; на все тетради. Сколько купили тетрадей в линейку? Сколько — в клетку?

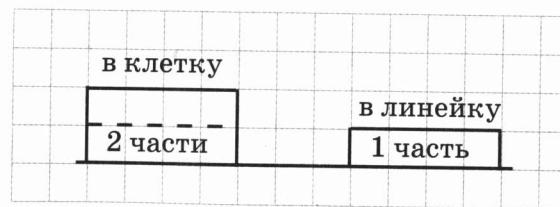


Рис. 23

226. а) За рубашку и галстук папа заплатил 200 р. Рубашка дороже галстука в 4 раза. Сколько стоит галстук?

б) В плацкартном вагоне в 3 раза больше спальных мест, чем в мягком вагоне. Всего в плацкартном и мягким вагонах 72 места. Сколько спальных мест в мягким вагоне?

227. а) Календарь дороже общей тетради в 2 раза, а вместе они стоят 36 р. Сколько стоит календарь?

б) Мальчик и девочка рвали в лесу орехи. Всего они сорвали 120 штук. Девочка сорвала в 2 раза меньше мальчика. Сколько орехов было у мальчика и девочки в отдельности?

в) Девочка прочитала в 3 раза меньше страниц, чем ей осталось прочитать. Всего в книге 176 страниц. Сколько страниц прочитала девочка?

228. а) Ученик купил тетрадей в клетку в 3 раза больше, чем тетрадей в линейку, причём их было на 18 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько всего тетрадей купил ученик?

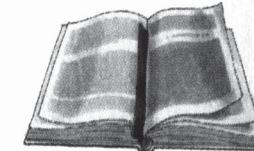
б) На первой полке стояло в четыре раза больше книг, чем на второй. Это на 12 книг больше, чем на второй полке. Сколько книг стояло на каждой полке?

229. а) Девочка прочитала в 3 раза больше страниц, чем ей осталось прочитать. Известно также, что она прочитала на 78 страниц больше, чем ей осталось прочитать. Сколько страниц прочитала девочка?

б) Книга дороже тетради в 3 раза, а тетрадь дешевле книги на 12 р. Сколько стоит книга?



230. Задача С. А. Рачинского. Я провёл год в деревне, в Москве и в дороге — и притом в Москве в 8 раз более времени, чем в дороге, а в деревне в 8 раз более, чем в Москве. Сколько дней провёл я в дороге, в Москве и в деревне?



ПРИДУМЫВАЕМ ЗАДАЧУ

231. Придумайте задачу «на части». Убедитесь, что числовые данные для задачи подобраны хорошо и она имеет решение. Прочтайте задачу классу, и пусть кто-то её решит, а вы оцените это решение.

1.15. Деление с остатком

Пример 1. Число 14 не делится нацело на 3, так как нет натурального числа, при умножении которого на 3 получится 14.

В самом деле, будем перемножать последовательно числа натурального ряда на 3. Получим числа, расположенные в порядке возрастания:

$$1 \cdot 3 = 3, \quad 2 \cdot 3 = 6, \quad 3 \cdot 3 = 9, \quad 4 \cdot 3 = 12, \quad 5 \cdot 3 = 15 \dots$$

тое и остаток, если a не делится нацело на b .

одзначных и двузначных чисел деление, как правило, я в уме, а для многозначных — уголком. Объясним это.

3. Разделим 42 на 3.

$$42 : 3 = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14.$$

4. Разделим 356 на 4.

$$356 : 4 = (320 + 36) : 4 = 80 + 9 = 89.$$

ление записывают обычно короче — уголком (рис. 24).

4	2	3	
-			
3		1	4
-			
1	2		
-			
1	2		
-			
0			

3	5	6	4
-			
3	2		8
-			9
3	6		
-			
3	6		
-			
0			

образом,

$$1409 : 7 = 201 \text{ (остаток } 2)$$

Так как при делении натуральных чисел на различные остатка, то множество всех таких чисел можно разбить на два класса, содержащие по 10 чисел. Первый класс включим все числа, делящиеся на 2. Вот первые 10 чисел этого класса:

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.$$

Во второй класс включим все остальные числа, дающие на 2 остаток 1. Вот первые 10 чисел этого класса:

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17.$$

Так как при делении натуральных чисел на различные остатки, то множество всех таких чисел можно разбить на 3 класса. При делении натуральных чисел на 3 получим остаток 0, числа первого класса — остаток 1, числа второго класса — остаток 2.

Очевидно, что получаемые таким образом три класса — это три класса общих чисел — каждое натуральное число принадлежит одному из трех классов.

232. Приведите пример деления с остатком, назовите делимое, делитель, неполное частное, остаток.

233. Чему равен остаток при делении нацело?

234. Объясните, как выполнено деление:

а)
$$\begin{array}{r} 3222 \\ \underline{-27} \\ 358 \\ -52 \\ 45 \\ \hline 72 \\ -72 \\ 0 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 2187 \\ \underline{-208} \\ 107 \\ -104 \\ \hline 3 \text{ (ост.)} \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 146376 \\ \underline{-1284} \\ 1797 \\ -1605 \\ \hline 1926 \\ -1926 \\ 0 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 16100 \\ \underline{-138} \\ 350 \\ -230 \\ \hline 230 \\ -230 \\ 0 \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 14084 \\ \underline{-140} \\ 28 \\ -8 \\ \hline 0 \\ -84 \\ \hline 84 \\ -84 \\ 0 \end{array}$$

е)
$$\begin{array}{r} 97963 \\ \underline{-951} \\ 286 \\ -0 \\ \hline 2863 \\ -2853 \\ 10 \text{ (ост.)} \end{array}$$

235. Выполните деление:

- а) $261 : 7$; б) $1872 : 8$; в) $2144 : 6$;
г) $1742 : 13$; д) $3685 : 15$; е) $15\ 216 : 16$.

236. Вычислите:

- а) $18\ 147 : 23$; б) $18\ 600 : 24$; в) $9576 : 21$;
г) $6278 : 51$; д) $32\ 614 : 46$; е) $46\ 066 : 57$.

237. Найдите частное:

- а) 288 и 8; б) 738 и 9; в) 798 и 8;
г) 9899 и 99; д) 3778 и 47; е) 3450 и 75.

Выполните деление (238—241).

238. а) $9331 : 31$; б) $37\ 324 : 62$; в) $20\ 558 : 51$;
г) $560 : 80$; д) $900 : 30$; е) $7200 : 900$;
ж) $24\ 000 : 800$; з) $5400 : 600$; и) $6300 : 700$.

239. а) $8100 : 90$; б) $2700 : 90$; в) $48\ 000 : 80$;
г) $9600 : 30$; д) $14\ 400 : 80$; е) $1380 : 60$.

240. а) $5180 : 140$; б) $28\ 600 : 520$; в) $129\ 600 : 320$;
г) $263\ 900 : 1300$; д) $54\ 720 : 90$; е) $192\ 290 : 670$.

241. а) $123\ 123 : 123$; б) $98\ 532 : 322$; в) $140\ 751 : 351$;
г) $17\ 145 : 135$; д) $67\ 176 : 311$; е) $80\ 772 : 381$;
ж) $56\ 088 : 456$; з) $114\ 103 : 943$; и) $101\ 952 : 236$.

242. Выполните деление с остатком:

- а) $49 : 8$; б) $73 : 8$; в) $58 : 7$; г) $118 : 23$;
д) $400 : 57$; е) $487 : 17$; ж) $456 : 6$; з) $683 : 5$.

243. Какие остатки получаются при делении натуральных чисел:
а) на 2; б) на 3; в) на 4; г) на 7?

244. Какой наибольший остаток может получиться при делении натуральных чисел:
а) на 2; б) на 3; в) на 4; г) на 5?

245. Какой наименьший остаток может получиться при делении натуральных чисел?

246. Разбейте множество натуральных чисел на классы по остаткам от деления на 3; 4; 7. Выпишите первые десять чисел каждого класса.

247. Ученик выполнил деление: $148 : 15 = 8$ (ост. 28). В чём заключается ошибка? Выполните деление правильно.

248. На доске написано несколько примеров на деление с остатком. В каждом примере делимое стёрли и заменили буквой. Найдите делимое.

- а) $a : 12 = 3$ (ост. 2); б) $b : 26 = 7$ (ост. 4);
в) $c : 18 = 5$ (ост. 2); г) $k : 48 = 5$ (ост. 8).

249. Определите неполное частное:

- а) $76 : 12 = a$ (ост. 4); б) $12 : 26 = b$ (ост. 12);
в) $808 : 35 = k$ (ост. 3); г) $442 : 29 = d$ (ост. 7).

250. Определите делитель:

- а) $56 : a = 11$ (ост. 1); б) $93 : b = 2$ (ост. 3);
в) $146 : c = 12$ (ост. 2); г) $228 : d = 3$ (ост. 3).

251. Какой остаток получится от деления числа

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 1$$

на: а) 2; б) 3; в) 4; г) 5; д) 6; е) 7; ж) 8; з) 9; и) 10; к) 100?

252. Проволоку длиной 3 м нужно разрезать на куски по 12 см. Сколько таких кусков получится?

253. В классе 33 человека. Ребята построили в колонну по 4 человека в ряд. Сколько человек стоит в последнем (неполном) ряду?

254. Класс построили в колонну по 4 человека в ряд. Получилось 8 полных и один неполный ряд из трёх человек. Сколько человек в классе?

- 255.** В подъезде семнадцатиэтажного дома расположены квартиры с 1 по 68. На каком этаже расположена квартира 63?

- 256.** Семь девочек играли в прятки. Они решили, что водить будет та из них, которая окажется 25-й при счёте по кругу. Вера начала счёт с себя: 1, 2, 3, ... Катя, не дожидаясь окончания счёта, сказала: «Водить буду я». Какой номер был у Кати в начале счёта?

- 257.** Какое наименьшее число при делении и на 3, и на 5, и на 7 даёт в остатке: а) 0; б) 1; в) 2?



1.16. Числовые выражения

Число 4 можно записать в виде суммы $3 + 1$, разности $9 - 5$, произведения $2 \cdot 2$, частного $12 : 3$, степени 2^2 или другими способами:

$$12 : 2 - 2; \quad 3 \cdot (12 - 11) + 1 \text{ и т. д.}$$

Запись, в которой используются только числа, знаки арифметических действий и скобки, называют числовым выражением.

Числовые выражения могут быть сложными. Их упрощение, т. е. постепенное выполнение действий и приведение числового выражения к наиболее простой форме — числу, нередко требует серьёзных усилий.

Для правильного упрощения числовых выражений мало знать правила выполнения отдельных действий. Нужно ещё знать порядок выполнения этих действий.

- 1)** Если в числовом выражении требуется выполнить только сложение и вычитание или только умножение и деление, то эти действия выполняют по порядку слева направо.

Например, укажем порядок действий в двух выражениях:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 3 \\ 8 - 3 + 5 + 10 \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ 7 \cdot 8 : 2 : 4 \cdot 5. \end{array}$$

- 2)** Если в числовом выражении есть скобки, то сначала выполняют все действия в скобках, а потом за скобками.

Например: $\overset{1}{(5+32)} \cdot 8$ и $\overset{2}{5} + \overset{3}{(32 : 8)}$.

Скобки, в которые заключено одно действие умножения или деления, принято для краткости опускать.

Например, вместо $5 + (32 \cdot 8)$ и $5 + (32 : 8)$ пишут $\overset{4}{5+32 \cdot 8}$ и $\overset{5}{5+32 : 8}$. Но первыми выполняют те действия, которые должны были стоять в скобках.

- 3)** Если в числовом выражении требуется выполнить несколько арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление), то сначала выполняют умножение и деление (слева направо), а затем сложение и вычитание (слева направо).

Например: $\overset{4}{15+48 : 6} - \overset{1}{3 \cdot 52 : 26} + \overset{3}{3} = \overset{5}{7 \cdot 9} - \overset{2}{12 : 3} + \overset{6}{12 : 12}$.

- 4)** Если в числовом выражении есть степень с натуральным показателем, то сначала нужно записать её в виде числа и только после этого приступать к выполнению остальных действий.

Например: $\overset{2}{6^2} - \overset{3}{5^2} + \overset{1}{10 : 5} = \overset{4}{36} - \overset{5}{25} + \overset{6}{10 : 5}$.

Изменять принятый порядок действий можно только в тех случаях, когда это позволяют законы сложения и умножения.

Например: $\overset{1}{48 \cdot 26} + \overset{3}{52 \cdot 26} = \overset{2}{26} \cdot (\overset{4}{48+52})$.

Заметим, что последнее по порядку действие в числовом выражении определяет название числового выражения. Например, $48 : 6 + 2$ — сумма, $48 : (6 + 2)$ — частное.

Мы уже знаем, почему нельзя число делить на нуль. Про числовые выражения, которые содержат деление на нуль, говорят, что они не имеют смысла. Например, выражение $3 : (4 \cdot 5 - 20)$ не имеет смысла, так как $4 \cdot 5 - 20 = 0$.

- 258.** Что называют числовым выражением?

- 259.** По каким правилам упрощают числовые выражения, записанные без скобок?

- 260.** Про какие числовые выражения говорят, что они не имеют смысла?

261. Определите порядок действий:

- а) $3 \cdot 2 + 5 \cdot 7$; б) $3 \cdot 7 - 6 \cdot 3$; в) $5 \cdot (4 + 12)$; г) $20 : (10 - 6)$.
Какое действие выполняется последним? Как называется результат последнего действия?

Замечание. В числовых выражениях вида $a + (b \cdot c)$, $a - (b \cdot c)$, $a + (b : c)$, $a - (b : c)$... принято опускать скобки, но подразумевать их. Таким образом, пишут:

$$\begin{array}{ll} a + (b \cdot c) = a + b \cdot c, & a - (b \cdot c) = a - b \cdot c, \\ a + (b : c) = a + b : c, & a - (b : c) = a - b : c. \end{array}$$

Например, пишут: $2 + 3 \cdot 5 = 2 + 15 = 17$; $12 - 8 : 2 = 12 - 4 = 8$.

262. Упростите числовое выражение:

- а) $17 + 73 - 59 + 90$; б) $3 \cdot 15 \cdot 4 : 9 : 20 \cdot 8$.

263. Укажите порядок действий:

- а) $53 \cdot 2 + 44$; б) $320 - 56 \cdot 2 + 120 : 6$;
в) $48 : 16 + 13 \cdot 4$; г) $53 \cdot (2 + 44)$;
д) $320 - (56 \cdot 2 + 120 : 6)$; е) $(48 : 6 + 13) \cdot 4$.

264. Укажите порядок действий и упростите числовое выражение:

- а) $28 \cdot 2 + 4$; б) $28 \cdot (2 + 4)$; в) $100 : 4 + 6$;
г) $100 : (4 + 6)$; д) $320 - 64 : 8 + 16$; е) $(320 - 64) : 8 + 16$.

Вычислите (265–267).

265. а) $320 - (64 : 8 + 16)$; б) $45 + 24 \cdot 5 - (59 - 9)$;
в) $98 - 72 : 9 - (35 + 55) : 3$; г) $270 : (303 : 3 - 11) + 48$;
д) $26 - (53 - 48) \cdot 4 - 4$; е) $48 - (31 - 15) \cdot 2 - 2$;
ж) $66 - (65 - 47) : 6 + 3$; з) $54 : (13 - 10) \cdot 2 + 36$.

266. а) $848 + 6 - 756 : (45 - 45 : 5)$; б) $48 : 4 + 1200 : (75 - 75 : 5)$;
в) $9 + 252 : (108 : 18 - 5)$; г) $655 - 324 : (48 : 12 - 3)$.

267. а) $48 \cdot 57 + 52 \cdot 57$; б) $123 \cdot 36 + 77 \cdot 36$;
в) $145 : 5 + 455 : 5$; г) $333 : 9 + 666 : 9$;
д) $6324 : 102 + 14\,076 : 102$; е) $2628 : 36 + 972 : 36$.

Прочтите выражение, используя слова «сумма», «разность», «произведение», «частное», «квадрат числа», «куб числа» (268–271).

268. а) $3 + 15$; б) $15 - 6$; в) $15 \cdot 3$;
г) $15 : 3$; д) $(3 + 5)^2$; е) $(15 - 3)^2$;
ж) $(15 \cdot 3)^2$; з) $(15 : 3)^2$; и) $3^2 + 5^2$;
к) $8^2 + 9^2$; л) $9^2 - 7^2$; м) $10^2 - 2^2$.

269. а) $45 : (5 + 4)$; б) $45 : 5 + 4$; в) $13 \cdot 12 - 11$;
г) $13 \cdot (12 - 11)$; д) $18 \cdot (8 - 6 : 3)$; е) $18 \cdot 8 - 6 : 3$;
ж) $18 \cdot (8 - 6) : 3$; з) $(18 \cdot 8 - 6) : 3$; и) $18 \cdot 8 + 6 : 3$.

270. а) $a + b$; б) $a - b$; в) $a \cdot b$; г) $a : b$;
д) $(a + b)^2$; е) $(a - b)^2$; ж) $(a + b)^3$; з) $(a - b)^3$;
и) $(a \cdot b)^2$; к) $(a : b)^2$; л) $(a \cdot b)^3$; м) $(a : b)^3$;
н) $a^2 + b^2$; о) $a^3 + b^3$; п) $a^2 - b^2$; р) $a^3 - b^3$,

где a и b — натуральные числа.

271. а) $a : (b + c)$; б) $a : b + c$; в) $a \cdot b - c$;
г) $a \cdot (b - c)$; д) $a \cdot (b - c : d)$; е) $a \cdot b - c : d$;
ж) $a \cdot (b - c) : d$; з) $(a \cdot b - c) : d$; и) $a \cdot b + c : d$,
где a , b , c и d — натуральные числа.

272. Запишите и вычислите:

- а) сумму чисел: 1) 49 и 51; 2) 56 и 72;
б) разность чисел: 1) 59 и 34; 2) 66 и 42;
в) сумму квадратов чисел: 1) 7 и 2; 2) 9 и 7;
г) квадрат суммы чисел: 1) 9 и 11; 2) 6 и 7;
д) разность квадратов чисел: 1) 5 и 4; 2) 6 и 2;
е) квадрат разности чисел: 1) 5 и 3; 2) 6 и 4;
ж) сумму кубов чисел: 1) 4 и 3; 2) 5 и 2;
з) куб суммы чисел: 1) 13 и 7; 2) 5 и 6;
и) разность кубов чисел: 1) 4 и 3; 2) 5 и 1;
к) куб разности чисел: 1) 49 и 46; 2) 56 и 52.

Вычислите (273, 274).

273. а) $(5 + 2)^2$; б) $(9 - 8)^3$; в) $5 + 2^2$;
г) $5^2 + 2^2$; д) $9^2 - 8$; е) $9^2 - 8^2$.

274. а) $(714 : 7 - 100)^4$; б) $(824 : 8 - 102)^4$;
в) $(954 : 9 - 636 : 6)^3$; г) $(758 - 659)^2 : (38 + 61)^2$.

275. Используя четыре цифры 3, знаки арифметических действий и скобки, составьте числовое выражение, равное:

- а) 0; б) 1; в) 2; г) 3; д) 4; е) 5;
ж) 6; з) 7; и) 8; к) 9; л) 10; м) 12.

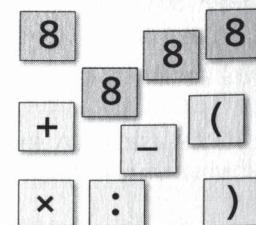
Решение.

- а) $3 + 3 - (3 + 3) = 0$; б) $(3 + 3) : (3 + 3) = 1$.

Найдите другие решения для 0 и 1.

276. Используя четыре цифры 8, знаки арифметических действий и скобки, составьте числовое выражение, равное:

- а) 1; б) 2; в) 3;
г) 4; д) 6; е) 7;
ж) 8; з) 9; и) 10.



277. Вычислите:

а) $6^2 - 5^2 + 3^2 - 2^2$; б) $1^3 + 2^2 + 3^1 - 2^3$;
в) $(8^2 : 16 - 2)^2 + 2^3$; г) $(9^2 : 27 - 2) \cdot 5^2$.

278. Пешеход шёл 3 ч со скоростью 5 км/ч и ещё 2 ч со скоростью 4 км/ч. Что можно узнать, вычислив значение числового выражения:

а) $3 + 2$; б) $3 \cdot 5$; в) $2 \cdot 4$; г) $3 \cdot 5 + 2 \cdot 4$; д) $3 \cdot 5 - 2 \cdot 4$?

279. Решите задачу, составив числовое выражение:

- а) Сейчас брату 5 лет, а через 3 года ему будет в 2 раза меньше лет, чем сестре сейчас. Сколько лет сестре сейчас?
 б) Сейчас брату 5 лет, а через 3 года ему будет в 2 раза меньше лет, чем сестре. Сколько лет сестре сейчас?
 в) Сейчас брату 5 лет, а год назад ему было в 3 раза меньше лет, чем сестре сейчас. Сколько лет сестре сейчас?
 г) Сейчас брату 5 лет, а год назад ему было в 3 раза меньше лет, чем сестре. Сколько лет сестре сейчас?

280. а) В автобусе было 25 пассажиров. На первой остановке вышло 8 и вошло 12 пассажиров, на второй — вышло 7 и вошло 5 пассажиров. Сколько пассажиров стало в автобусе после второй остановки?

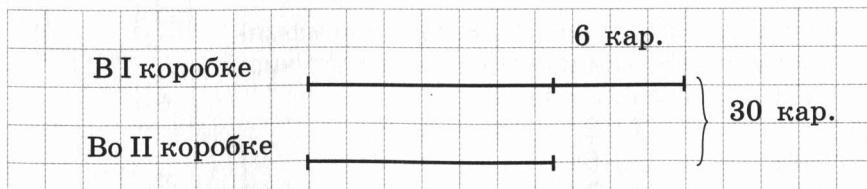
б) В автобусе было несколько пассажиров. На первой остановке вышло 7 и вошло 4, а на второй вышло 6 и вошло 13 пассажиров. Сколько пассажиров было в автобусе до первой остановки, если после второй остановки автобуса их стало 38?

1.17. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности

При решении задач на нахождение двух чисел по их сумме и разности помогают схематические рисунки.

Задача. В первой коробке на 6 карандашей больше, чем во второй, а в двух вместе 30 карандашей. Сколько карандашей в каждой коробке?

Решение. Выполним схематический рисунок:



Если из первой коробки вынуть 6 карандашей, в ней станет столько же карандашей, сколько и во второй, а в двух вместе — в 2 раза больше, чем во второй:

1) $30 - 6 = 24$ (кар.).

Найдём число карандашей во второй коробке:

2) $24 : 2 = 12$ (кар.).

Теперь вернём 6 карандашей в первую коробку, т. е. найдём число карандашей в первой коробке:

3) $12 + 6 = 18$ (кар.).

Ответ: 18 и 12 карандашей.

281. а) В двух пачках было 40 тетрадей. Когда из первой пачки взяли 10 тетрадей, то в двух пачках тетрадей стало поровну. Сколько тетрадей было во второй пачке первоначально?
 б) В первой пачке было на 10 тетрадей больше, чем во второй, а всего 70 тетрадей. Сколько тетрадей было во второй пачке? Решите задачу, используя рисунок 27.

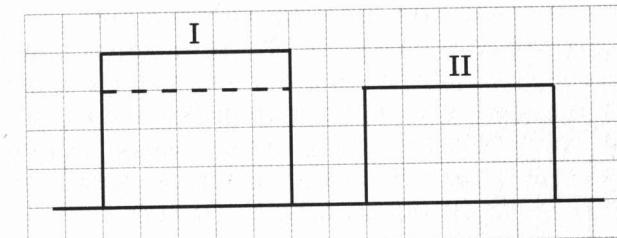


Рис. 27

282. а) Мама дала сыну и дочери вместе 64 р. Дочери она дала на 4 р. больше, чем сыну. Сколько денег она дала каждому?
 б) Саша собрал в саду на 5 кг яблок больше, чем Коля, а вместе они собрали 43 кг яблок. Сколько килограммов яблок собрал каждый?

283. а) Брат с сестрой нашли в лесу 25 белых грибов. Брат помнит, что он нашёл на 7 грибов больше, чем его сестра. Сколько белых грибов нашёл каждый?

б) В классе 36 учащихся, причём девочек на 4 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков и сколько девочек в классе?

284. а) Сумма двух чисел 230. Если первое из них уменьшить на 20, то числа станут равными. Найдите эти числа.

б) Сумма двух чисел 350. Одно из них больше другого на 10. На сколько нужно уменьшить большее число, чтобы получились равные числа? Найдите эти числа.

285. а) Сумма двух чисел 432, первое больше второго на 18. Найдите эти числа.

б) Сумма двух чисел 537, первое меньше второго на 131. Найдите эти числа.

286. а) Сумма двух чисел равна 96, а разность равна 18. Найдите эти числа.

б) Сумма двух чисел равна 87, а разность равна 19. Найдите эти числа.

в) Сумма двух чисел равна 500, а разность равна 6. Найдите эти числа.

287. Из «Арифметики» Л. Н. Толстого.

а) У двух мужиков 35 овец. У одного на 9 овец больше, чем у другого. Сколько у каждого овец?

б) У двух мужиков 40 овец, а у одного меньше против другого на 6. Сколько у каждого?

288. а) На двух полках книг было поровну. С первой полки переставили 10 книг на вторую полку. На сколько книг на второй полке стало больше, чем на первой?

б) В первой пачке на 30 тетрадей больше, чем во второй. Сколько тетрадей надо переложить из первой пачки во вторую, чтобы уравнять число тетрадей в пачках?

в) Предположим, что у вас и у меня имеется одинаковая сумма денег. Сколько денег я должен вам дать, чтобы у вас стало на 10 рублей больше, чем у меня?

289. Бутылка масла весит 900 г. Масло на 100 г тяжелее бутылки. Сколько весит пустая бутылка?

***290.** На вопрос учеников о дне своего рождения учитель математики ответил загадкой: «Если сложить день и номер месяца моего рождения, то получится 20; если из дня рождения вычесть номер месяца рождения, то получится 14; если к произведению дня и номера месяца моего рождения прибавить 1900, то получится год моего рождения». Когда родился учитель математики?

ПРИДУМЫВАЕМ ЗАДАЧУ

291. Придумайте задачу на нахождение двух чисел по их сумме и разности. Убедитесь, что числовые данные для задачи подобраны хорошо и она имеет решение. Прочтите составленную вами задачу классу, и пусть кто-то её решит, а вы оцените это решение.

ДОПОЛНЕНИЯ К ГЛАВЕ 1

18 Вычисления с помощью калькулятора

В настоящее время широкое распространение для вычислений получили калькуляторы. Они позволяют практически мгновенно выполнять арифметические операции (действия).

На верхней панели калькулятора имеются клавиши:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 — для ввода чисел,

+, -, ×, ÷ — для указания арифметических операций,

= — для вывода на табло результата вычислений;

C — для сброса (очистки) табло.

Вывести результат операции на табло можно нажатием любой из клавиш **+, -, ×, ÷** вместо клавиши **=**. Этим пользуются для упрощения вычислений. Если в процессе вычислений произошла ошибка, то нужно нажать клавишу **C** и повторить все вычисления сначала.

Примеры.

1) Вычислите сумму $12\ 345 + 67\ 890$.

Нажмите клавиши в следующем порядке:

1 2 3 4 5 + 6 7 8 9 0 =

На табло, по мере нажатия клавиш, вы увидите первое слагаемое 12 345, затем второе слагаемое 67 890 и, наконец, результат 80 235.

Итак, $12\ 345 + 67\ 890 = 80\ 235$.

Аналогично выполняются и другие арифметические операции.

2) Вычислите разность $7549 - 825$.

7 5 4 9 - 8 2 5 =

Ответ: 6724.

3) Вычислите произведение $48 \cdot 571$.

4 8 × 5 7 1 =

Ответ: 27 408.

4) Вычислите частное $10\ 148 : 236$.

1 0 1 4 8 ÷ 2 3 6 =

Ответ: 43.

5) Вычислите $129 + 256 + 354$.

1 2 9 + 2 5 6 + 3 5 4 =

Ответ: 739.



6) Вычислите $999 - 123 - 321$.

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{9} - \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} - \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} =$$

Ответ: 555.

Особого внимания требует порядок выполнения действий в числовых выражениях, в которых имеются (или подразумеваются) скобки.

7) Вычислите $9 \cdot 12 + 5$.

$$\boxed{9} \times \boxed{1} \boxed{2} + \boxed{5} =$$

Ответ: 113.

8) Вычислите $(9 + 12) \cdot 5$.

$$\boxed{9} + \boxed{1} \boxed{2} \times \boxed{5} =$$

Ответ: 105.

Заметим, что если примеры 7 и 8 записать так:

$$5 + 9 \cdot 12 \text{ и } 5 \cdot (9 + 12),$$

то результат первого действия нужно вводить в «память» калькулятора или использовать клавиши $($ и $)$ для введения скобок, если это возможно на данном калькуляторе. Если такой возможности нет, то промежуточный результат надо запомнить или записать. Этих сложностей можно избежать, применив переместительный закон:

$$5 + 9 \cdot 12 = 9 \cdot 12 + 5 \text{ (см. пример 7),}$$

$$5 \cdot (9 + 12) = (9 + 12) \cdot 5 \text{ (см. пример 8).}$$

Для вычитания и деления переместительный закон не выполняется, поэтому промежуточный результат надо запомнить (записать).

9) Вычислите $55 - 99 : 11$.

$$\boxed{9} \boxed{9} \div \boxed{1} \boxed{1} = \text{(результат: 9 — запомнили)}$$

$$\boxed{5} \boxed{5} - \boxed{9} = \text{Ответ: 46.}$$

10) Выполните задание 9, используя «память» калькулятора:

$$\boxed{9} \boxed{9} \div \boxed{1} \boxed{1} \text{ M+} \text{ (результат: 9 — введён в «память»).}$$

$\boxed{5} \boxed{5} - \text{MRC} =$ (нажатием клавиши MRC число 9 извлекается из «памяти»).

Вычислите с помощью калькулятора (292, 293).

292. а) $784 + 239$; б) $928 + 1075$;
в) $1985 + 999$; г) $9753 + 2468$;
д) $7499 - 4636$; е) $9284 - 3959$;
ж) $7548 - 3494$; з) $3763 - 2579$.

293. а) $123 \cdot 321$; б) $509 \cdot 703$; в) $999 \cdot 999$;
г) $755 \cdot 755$; д) $153 \cdot 117 : 159$; е) $88 \cdot 825 : 209$;
ж) $252 \cdot 525 : 75$; з) $808 \cdot 707 : 101$; и) $161616 : 6734$.

Проверьте равенства калькулятором (294, 295).

294. а) $9735 + 7427 = 17 \cdot 162$; б) $808 \cdot 404 = 326 \cdot 432$;
в) $808 \cdot 404 - 789 \cdot 789 = 18 \cdot 615$; г) $273 \cdot 429 : 369 = 741$.

$0 \cdot 9 + 1 = 1$	$1 \cdot 8 + 1 = 9$
$1 \cdot 9 + 2 = 11$	$12 \cdot 8 + 2 = 98$
$12 \cdot 9 + 3 = 111$	$123 \cdot 8 + 3 = 987$
$123 \cdot 9 + 4 = 1111$	$1234 \cdot 8 + 4 = 9876$
$1234 \cdot 9 + 5 = 11111$	$12345 \cdot 8 + 5 = 98765$
$12345 \cdot 9 + 6 = 111111$	$123456 \cdot 8 + 6 = 987654$
$123456 \cdot 9 + 7 = 1111111$	$1234567 \cdot 8 + 7 = 9876543$
$1234567 \cdot 9 + 8 = 11111111$	$12345678 \cdot 8 + 8 = 98765432$

295. Вычислите с помощью калькулятора:

а) $75^2 = 75 \cdot 75 = 5625$; $\boxed{7} \boxed{5} \times \boxed{7} \boxed{5} =$

б) 311^2 ; в) 25^2 ; г) 5^3 ; д) 12^3 ; е) 7^7 ; ж) 8^8 .

296. У многих калькуляторов предусмотрено упрощение вычислений при возведении в степень:

$$2^2 = 2 \cdot 2; \quad 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

$$\boxed{2} \times \boxed{=} = \quad \boxed{2} \times \boxed{=} = \quad \boxed{2} \times \boxed{=} = \quad \boxed{2} \times \boxed{=} =$$

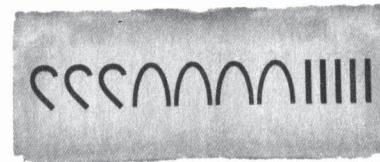
Вычислите степень с помощью калькулятора:

а) 2^5 ; б) 2^6 ; в) 2^7 ; г) 2^8 ; д) 2^9 ; е) 2^{10} ; ж) 3^{10} ; з) 33^5 .

Исторические сведения

У разных народов в разное время употреблялись различные системы счисления (нумерации). У первобытных народов не существовало развитой системы счисления. Ещё в XIX веке у многих племён Австралии и Полинезии было только два обозначения — для числа «один» и для числа «два». Эти обозначения они комбинировали. Число «три» они называли «два и один», число «четыре» — «два и два», число «пять» — «два, два и один», число «шесть» — «два, два и два». А числа, большие шести, они не различали и называли словом «много».

Египтяне за 3000 лет до н. э. применяли, в сущности, десятичную систему счисления. Единицу они обозначали знаком |, десяток — ⌂, сотню — ⌃. Число 345 записывалось так:

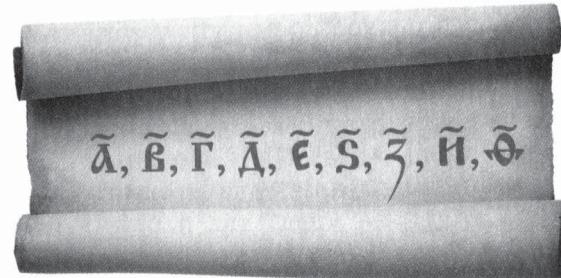


Десятичная система, которой широко пользуются в настоящее время во всём мире, более совершенна. Вместо палочек, взятых от одной до девяти, используют цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Для обозначения десятков, сотен и т. д. не нужны новые значки, так как те же цифры используют и для записи десятков, сотен и т. д. Одна и та же цифра имеет различные значения в зависимости от места (позиции), где она записана. Благодаря этому свойству современную систему счисления называют позиционной. Десятичная позиционная система счисления позволяет записывать сколь угодно большие натуральные числа.

Народы пришли к этой системе постепенно. Она зародилась в Индии в V веке. В IX веке ею уже владели арабы, в X веке она дошла до Испании, а в XII веке появилась в других странах Европы, но широкое распространение получила в XVI веке. Долгое время развитие позиционной системы счисления тормозилось отсутствием в ней числа и цифры нуль. Только после введения нуля система стала совершенной.

В России десятичная система счисления начала распространяться в XVII веке. В 1703 году был издан первый печатный учебник математики — «Арифметика» Л. Ф. Магницкого, в котором все вычисления велись в десятичной системе записи чисел.

До этого числа записывали буквами славянского алфавита. Числа от 1 до 9 записывали так:



Над одной или несколькими буквами ставили особый знак (тилло), чтобы подчеркнуть, что полученная запись не буква, не слово, а число:

⌁ — 10, ⌂ — 11, ⌃ — 12, ..., ⌁ — 20, ⌂ — 21, ...,
⌆ — 30, ⌅ — 40, ..., ⌇ — 100, ⌈ — 101,

Интересно, что числа от 11 (один-на-десять) до 19 (девять-на-десять) записывали так же, как говорили, т. е. «цифру» единиц ставили до «цифры» десятков. Пример использования букв для обозначения чисел находим на циферблате часов кремля в Суздале.

В некоторых странах использовались системы счисления с другими основаниями — 5, 12, 20, 60. Например, древняя вавилонская система счисления была шестидесятеричная. Следы этой системы сохранились сейчас в единицах измерения времени:

1 ч = 60 мин, 1 мин = 60 с.

Примером непозиционной системы счисления без нуля может служить римская система. В ней числа записывают с помощью следующих цифр:

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

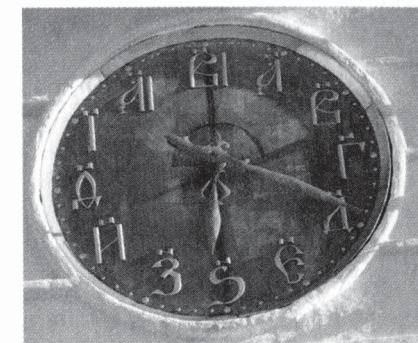
Если меньшая цифра стоит после большей, то она прибавляется к большей: XV = 15, XVI = 16. Если меньшая цифра стоит перед большей, то она вычитается из большей: IV = 4, IX = 9, XL = 40, XC = 90, CD = 400, CM = 900. В других случаях правило вычитания не применяется. Числа от 1 до 21 обозначают так:

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X,
XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII,
XVIII, XIX, XX, XXI.

Используя римскую систему счисления, запишем год выхода «Арифметики» Л. Ф. Магницкого — MDCCCP.

Это $1000 + 500 + 200 + 3 = 1703$ год.

Римскую систему нумерации используют и сейчас для обозначения веков, глав в книгах и т. п.



В электронно-вычислительных машинах используется двоичная система счисления, в которой всего две цифры: 0 и 1. Для примера запишем в двух системах числа от 0 до 9:

Десятичная система	Двоичная система
0	0
1	1
$2 = 2^1$	10
$3 = 2 + 1$	11
$4 = 2^2$	100
$5 = 2^2 + 1$	101
$6 = 2^2 + 2$	110
$7 = 2^2 + 2 + 1$	111
$8 = 2^3$	1000
$9 = 2^3 + 1$	1001

Таблицы сложения и умножения для однозначных чисел в двоичной системе счисления очень просты:

$$0 + 0 = 0; \quad 1 + 0 = 1; \quad 1 + 1 = 10; \quad 0 \cdot 0 = 0; \quad 1 \cdot 0 = 0; \quad 1 \cdot 1 = 1.$$

Вот несколько **примеров** на сложение, вычитание и умножение в двоичной системе:

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 110 \\ \hline 1011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 101 \\ \hline 111 \\ + 111 \\ \hline 100011 \end{array}$$

- 298.** а) Прочитайте числа, записанные в римской системе нумерации:

I, II, IV, VII, IX, XI, XVII, MCMXCV.

- б) Запишите в римской системе нумерации числа:

6, 8, 12, 18, 19, 20, 23, 24.

- 299.** На одной из старых улиц Москвы стоят два дома, на фасадах которых обозначены даты их постройки:

MDCCCCV и MDCCCLXXXXIX.

В каком году построен каждый дом?

- 300.** В предыдущем задании упростите запись чисел, учитывая, что четыре одинаковые цифры подряд обычно не пишут.

- 301.** Первый магический квадрат был составлен в Китае в V—IV веке до н. э. Другой магический квадрат был составлен в Индии в I веке н. э. Сравните суммы чисел в строках, столбцах и диагоналях квадратов. В чём заключается магическое свойство этих квадратов?

- ***302.** В квадрате 3×3 расставьте числа 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали была одинакова. Сначала определите, какой должна быть эта сумма.

- 303.** Докажите, что сумма всех чисел любого магического квадрата 3×3 делится на 3.

- 304.** В Древней Индии умножали многозначные числа совсем не так, как мы это делаем теперь. Чтобы перемножить, например, 537 и 82, индуисты рисовали прямоугольник со сторонами 3 и 2 клетки (по числу цифр в записи множителей), подписывали рядом с клетками прямоугольника цифры первого числа слева направо, цифры второго числа снизу вверх; клетки прямоугольника делили диагоналями (рис. 28). Затем перемножали попарно цифры множителей и результат записывали в соответствующую клетку таблицы так: цифру единиц писали вверху клетки, цифру десятков — внизу. После этого складывали полученные результаты вдоль диагоналей квадратов. Считать начинали с правого верхнего угла квадрата. Так получали цифры ответа по разрядам. В нашем примере:

единицы: 4

десятки: $6 + 1 + 6 = 13$ (3 пишем, 1 запоминаем)

сотни: $0 + 4 + 5 + 1 = 10$ (0 пишем, 1 запоминаем)

тысячи: $1 + 0 + 2 + 1 = 4$

десятки тысяч: 4

Ответ: $537 \cdot 82 = 44\,034$.

Проверим результаты обычным способом:

$$\begin{array}{r} 537 \\ \times 82 \\ \hline 1074 \\ + 4296 \\ \hline 44034 \end{array}$$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

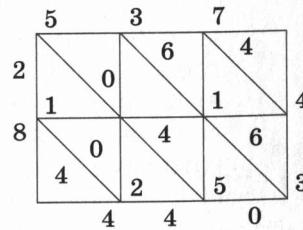


Рис. 28

305. Вычислите произведение двух чисел индийским способом и сделайте проверку обычным способом:

а) $38 \cdot 57$; б) $932 \cdot 43$; в) $34 \cdot 269$.

306. Запишите в двоичной системе нумерации числовые выражения:

а) $2^1; 2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6; 2^7; 2^8; 2^9; 2^{10}$;
б) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}$;
в) $2^5 + 1; 2^6 + 1; 2^7 + 1; 2^8 + 1; 2^9 + 1; 2^{10} + 1$.

307. Проверьте, что в двоичной системе нумерации справедливы равенства:

а) $11 + 11 = 110$; б) $101 + 11 = 1000$;
в) $101 - 11 = 10$; г) $100 - 11 = 1$;
д) $101 \cdot 11 = 1111$; е) $11 \cdot 11 = 1001$;
ж) $111 \cdot 11 = 10101$; з) $1011 \cdot 11 = 100001$.

Занятательные задачи

308. а) Тройка лошадей проскакала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?



б) Чтобы сварить яйцо всмятку, мама держит его 2 мин в кипящей воде. Сколько минут потребуется, чтобы сварить всмятку 8 яиц?

309. а) К двузначному числу приписали цифру 5 сначала слева, а потом справа — получили два трёхзначных числа, сумма которых равна 912. Найдите двузначное число.

б) К двузначному числу приписали цифру 1 сначала слева, а потом справа — получили два трёхзначных числа, сумма которых равна 926. Найдите двузначное число.

в) К трёхзначному числу приписали цифру 2 сначала слева, а потом справа — получили два четырёхзначных числа, сумма которых равна 5929. Найдите трёхзначное число.

г) К трёхзначному числу приписали цифру 7 сначала слева, а потом справа — получили два четырёхзначных числа, сумма которых равна 8360. Найдите трёхзначное число.

310. а) К двузначному числу приписали цифру 5 сначала слева, а потом справа — получили два трёхзначных числа, разность которых равна 234. Найдите двузначное число.

б) К двузначному числу приписали цифру 6 сначала слева, а потом справа — получили два трёхзначных числа, разность которых равна 162. Найдите двузначное число.

в) К трёхзначному числу приписали цифру 9 сначала слева, а потом справа — получили два четырёхзначных числа, разность которых равна 2214. Найдите трёхзначное число.

г) К трёхзначному числу приписали цифру 9 сначала слева, а потом справа — получили два четырёхзначных числа, разность которых равна 639. Найдите трёхзначное число.

311. Автотурист отправился в путешествие на четырёхколёсном автомобиле с одним запасным колесом. По дороге он менял колёса с таким расчётом, чтобы каждое колесо проехало один и тот же путь. Определите:

- а) Сколько километров проехало каждое колесо, если автомобиль проехал 4000 км?
б) Сколько километров проехал автомобиль, если каждое из пяти колёс проехало 4000 км?

312. На столе лежат девять спичек (рис. 29). Расположите их так, чтобы в каждом горизонтальном ряду было:

- а) по 4 спички; б) по 6 спичек;
в) по 9 спичек; г) по 11 спичек.

313. Из спичек сложили шесть неверных равенств:

а)  б) 
в)  г) 
д)  е) 

Переложите в каждом равенстве по одной спичке так, чтобы равенства стали верными.



Рис. 29

314. Из спичек сложены верные равенства. Надо в каждом из равенств переложить одну спичку так, чтобы получились другие верные равенства.

а)

$$\text{IX} - \text{V} = \text{IV}$$

б)

$$\text{VI} + \text{VI} + \text{VI} = \text{XVIII}$$

в)

$$\text{XI} - \text{VI} = \text{VII} - \text{II}$$

г)

$$9 - 6 = 2 + 1$$

д)

$$3 + 3 = 6$$

е)

$$5 - 3 = 8 - 6$$

315. а) Гости спросили: сколько лет исполнилось каждой из трёх сестёр? Вера ответила, что ей и Наде вместе 28 лет, Наде и Любке вместе 23 года, а всем троим 38 лет. Сколько лет каждой из сестёр?

б) На XXII Олимпийских играх в Москве (1980 г.) спортсмены СССР получили 195 медалей, из них 126 золотых и бронзовых, 149 золотых и серебряных. Сколько золотых, серебряных и бронзовых медалей в отдельности получили спортсмены СССР?

316. а) В нашем классе коллекционируют только марки и монеты. Марки коллекционируют 8 человек, монеты — 5 человек. Всего коллекционеров 11. Объясните, как это может быть. Сколько человек коллекционируют только марки? Сколько — только монеты? (Решите задачу, используя рисунок 30.)

б) Из 38 учащихся класса 24 занимаются в хоре и 15 в лыжной

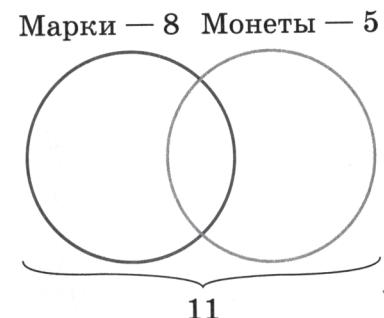


Рис. 30

секции. Сколько учащихся занимаются и в хоре, и в лыжной секции, если в классе нет учащихся, не посещающих занятий хора или лыжной секции?

в) Из 35 учащихся класса 12 участвовали в конкурсе чтецов, 10 — в конкурсе на лучший рисунок, 4 принимали участие в обоих конкурсах. Сколько учащихся не участвовало ни в одном конкурсе?

г) В нашем классе 32 учащихся. Из них 23 любят кошек, 18 — собак. Причём 10 учащихся любят и кошек, и собак. Сколько учащихся нашего класса не любят ни кошек, ни собак?

д) В нашем классе 30 учащихся. На экскурсию в музей ходили 23 учащихся, в кино — 21, а 5 учащихся не ходили ни на экскурсию, ни в кино. Сколько учащихся нашего класса ходили и на экскурсию, и в кино?

е) В нашем классе 30 учащихся. На экскурсию в музей ходили 23 учащихся, в кино и в музей — 6, а 2 учащихся не ходили ни в кино, ни на экскурсию. Сколько учащихся нашего класса ходили в кино?

317. Два арбуза весят столько же, сколько весят три дыни. Что тяжелее: один арбуз или одна дыня?

318. Из спичек сложили рака, который ползёт вверх (рис. 31). Переложите 3 спички так, чтобы он полз вниз.

319. Корова, выложенная из спичек, смотрит влево (рис. 32). Переложите две спички так, чтобы она смотрела вправо.

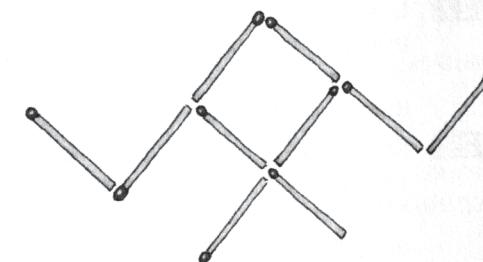


Рис. 31

320. Спички сложены, как показано на рисунке 33. Переложите 2 спички так, чтобы получилось 5 равных квадратов.

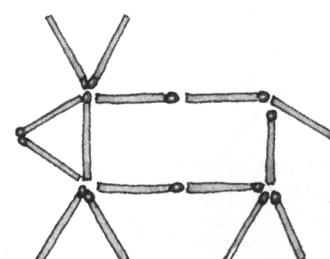


Рис. 32

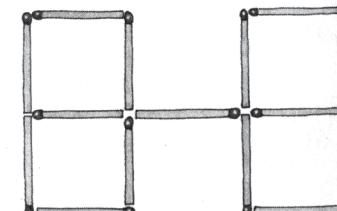


Рис. 33

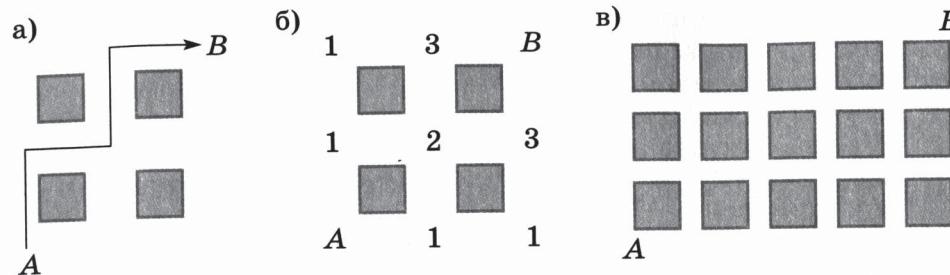


Рис. 34

Задача 321. Из точки A , показанной на схеме города, надо попасть в точку B , двигаясь только вправо и вверх. На рисунке 34, а показан один из маршрутов движения. Убедитесь, что это можно сделать только 6 способами.

Решение. Чтобы убедиться, что различных маршрутов движения от A к B только 6, можно их нарисовать по отдельности. Мы поступим проще. Укажем в каждой точке, в которой можно изменить направление движения, число способов, которыми можно прийти в эту точку (рис. 34, б). В точку B можно прийти $3+3=6$ способами.

Задача 322. Если мы захотим показать все маршруты движения (только вправо и вверх) из A в B (рис. 34, в), то придётся много пострадать. Гораздо проще подсчитать их число описанным выше способом. Подсчитайте.

Задача 323. Коля написал два раза своё имя (рис. 35, а). Его сосед по парте заметил, что Коля может прочитать своё имя более чем 10 способами, и показал один из них (рис. 35, б). Сколькоими способами Коля может прочитать своё имя?

Задача 324. На рисунке 36 показано, как можно прочитать слово «МАРШУТ». Подсчитайте число всех способов, которыми можно прочитать это слово.

- а) К О Л Я
К О Л Я
б) К-О-Л Я
К О Л-Я

Рис. 35

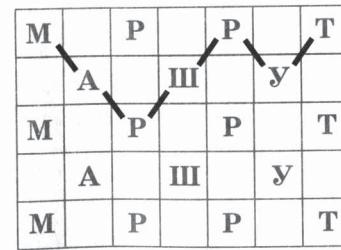


Рис. 36

ИССЛЕДУЕМ

Задача 325. Учащиеся выполняли задание, в котором требуется найти пропущенные числа:

<input type="text"/>	<input type="text"/> 26	<input type="text"/> 52
11	<input type="text"/>	44

У них получились разные ответы:

1)	<input type="text"/> 26	<input type="text"/> 26	<input type="text"/> 52
	11	<input type="text"/> 33	44

2)	<input type="text"/> 19	<input type="text"/> 26	<input type="text"/> 52
	11	<input type="text"/> 18	44

3)	<input type="text"/> 2	<input type="text"/> 26	<input type="text"/> 52
	11	<input type="text"/> 25	44

Найдите правила, по которым ребята заполнили клетки, и придумайте ещё одно решение.

ДОКАЗЫВАЕМ

***Задача 326.** Докажите, что предыдущая задача имеет бесконечно много решений.

Задача 327. Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана:

- 3 л воды;
- 7 л воды?

***Задача 328.** Из нескольких монет только одна фальшивая — она легче остальных. Как с помощью чашечных весов без гирь определить фальшивую монету:

- за одно взвешивание, если монет 3;
- за два взвешивания, если монет 9;
- за три взвешивания, если монет 27?

Задача 329. Используя три цифры 5, знаки арифметических действий и скобки, составьте несколько выражений, имеющих различные значения.

Задача 330. Верёвку разрезали на части. При этом сделали 6 разрезов. Сколько частей получилось?

Задача 331. Имеются бревна по 4 м и 5 м. Сколько бревен каждого вида надо распилить, чтобы получить 42 бревна по 1 м и сделать наименьшее число распилов?

- 332.** Требуется распилить бревно на 6 частей. Каждый распил занимает 1 мин 30 с. Сколько времени потребуется на эту работу?
- 333.** Лифт поднимается с первого этажа на третий за 6 с. За сколько секунд он поднимется с первого этажа на пятый?
- 334.** Сколько способами можно уплатить без сдачи 28 рублей, имея монеты по 1 и 5 рублей?
- 335.** Сколько способами можно разменять 50 рублей монетами в 1 и 5 рублей?



- *336.** Однажды Чёрт предложил Бездельнику заработать.
— Как только ты перейдёшь через этот мост, — сказал он, — так твои деньги удвоются. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 копейки.
Бездельник согласился и... после третьего перехода остался без гроша. Сколько денег было у него сначала?
- *337.** Три брата получили 24 яблока, причём младшему досталось меньше всех. Видя это, младший брат предложил такой обмен яблоками: «Я оставлю себе половину имеющихся у меня яблок, а остальные разделю между вами поровну. После этого пусть средний брат, а за ним старший поступят так же». Братья согласились. В результате у всех яблок стало поровну. Сколько яблок было у каждого первоначально?
- 338.** Однажды умный бедняк попросил у скupого богача приюта на две недели, причём сказал: «За это я тебе в первый день заплачу 1 р., во второй день — 2 р., в третий день — 3 р. и т. д. Словом, каждый день я буду прибавлять тебе по одному рублю, так что за один только четырнадцатый (последний) день я заплачу 14 р. Ты же будешь мне подавать милостыню: в первый день копейку, во второй — 2 к., в третий день — 4 к. и т. д., увеличивая каждый день свою милостыню вдвое». Богач с радостью согласился на такие условия, которые ему показались выгодными. Какой барыш принесла эта сделка богачу?